# Fizikalna optika

geometrijska optika

fizikalna (valna) optika

SVJETLOST

zraka

val

-interferencija
-difrakcija
-polarizacija

# *Fizikalna optika*

***Fizikalna optika*** - Zasniva se na valnoj teoriji svjetlosti.

T. Young (1800. g.) – Eksperimenti s dva jednaka izvora valova na površini vode. → Otkrio pojavu interferencije (interference, engl.).

***Interferencija*** → Pojava nastaje, pod određenim uvjetima, superpozicijom dvaju sljedova valova. (aplet)

T. Young (1800. g.) → Proširio pokuse na svjetlost. → Temeljno značenje u razumijevanju valne naravi svjetlosti.

Suvremena teorija elektromagnetskih valova, odnosno, Maxwellove jednadžbe. → Diferencijalna jednadžba koja opisuje titranje električnog odnosno magnetskog polja i širenje vala u trodimenzionalnom prostoru:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$\Delta$ = Laplaceov operator u pravokutnom koordinatnom sustavu ima značenje parcijalnih derivacija

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

## *Fizikalna optika 2*

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

***c*** = Brzina širenja vala ili brzina svjetlosti u vakuumu.

Rješenje gornje diferencijalne jednadžbe je funkcija oblika:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_{os}(1/r)\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

***r*** = Iznos radijusvektora promatrane točke u prostoru (određen je pravokutnim koordinatama, s obzirom na zajedničko ishodište):

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

***Kuglasti val***, koji divergira iz točkastog izvora, s amplitudom $\boldsymbol{E_{os}}$ i valnim vektorom ***k.***

***k* =** valni vektor (tzv. prostorna frekvencija) okomit na valnu plohu i ima iznos ***k = 2π/λ***

# *Fizikalna optika 3*

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_{os}(1/r)\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

$\omega$ = Vremenska kutna frekvencija koja se ponavlja na danom mjestu u vremenskom periodu ***$T = 2\pi/\omega$***.

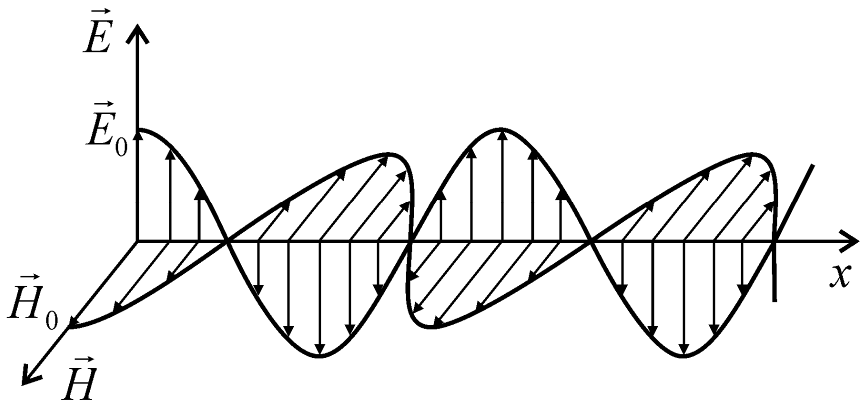
Za veće udaljenosti od izvora (u smjeru radijusvektora) ***r***, amplituda vala se malo mijenja. → ***$E_{os}$ (1/r) ≈ $E_o$ = const*** → Kuglasti val prelazi u ravni.

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_o\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

Ravnom valu, koji se širi u smjeru osi ***x***, pripada sljedeća valna funkcija:

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_o\cos(\omega t - kx)$$

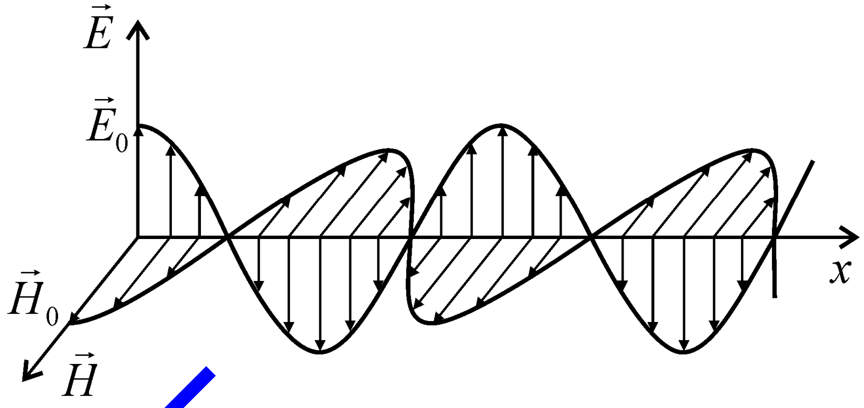
k = valni vektor usmjeren po osi Ox



# *Fizikalna optika 4*

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_o \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$




Za periodičnu funkciju s vremenskim periodom ***T*** vrijedi:
***E(x,t+T) = E(x,t),*** dok je prostorna periodičnost s periodom $\lambda$ dana kao:
***E(x+λ,t) = E(x,t)***

Ravni polarizirani val električnog polja u jednom trenutku, npr. za $t$ = 0.

Ravni val je ***linearno polariziran***, ako električni vektor ostaje trajno u jednoj ravnini i to je tzv. ravnina titranja. (Na slici: Ravnina titranja je Oxz ravnina; projekcija titranja vektora električnog polja na ravninu Oyz leži na jednom pravcu, pa otuda i naziv linearno polarizirani val.)

## *Interferencija svjetlosti*

Promatramo dva izvora zračenja (1 i 2) od kojih je svaki idealno koherentan.

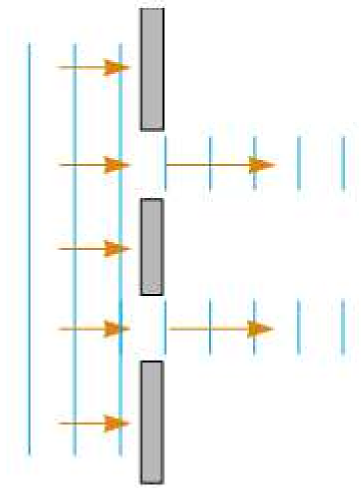
***idealno koherentan*** = Svaki izvor je matematička točka i emitira savršeno monofrekventno zračenje, stalne vremenske kutne frekvencije $\omega$ i prostorne frekvencije ***k.*** (→ Emitirani valovi su stalne valne duljine.)

***Valovi su koherentni ako imaju iste frekvencije i stalnu razliku faza.*** (razlika faza je obično nula).

***Samo koherentni valovi mogu (zamjetljivo) interferirati!***

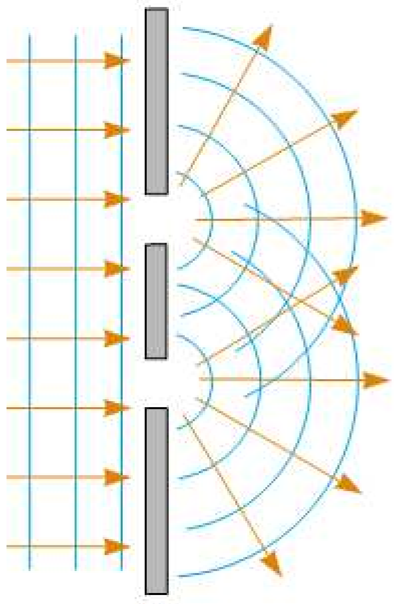
interferencija → Valno polje poprima značajne promjene u raspodjeli zračene energije, tj. energije svjetlosti, što se može eksperimentalno ustanoviti, npr. detektorom zračenja (fotografski film, fotoelement, i sl.).

Sveukupna energija unutar neke zatvorene plohe ostaje, naravno, nepromijenjena.



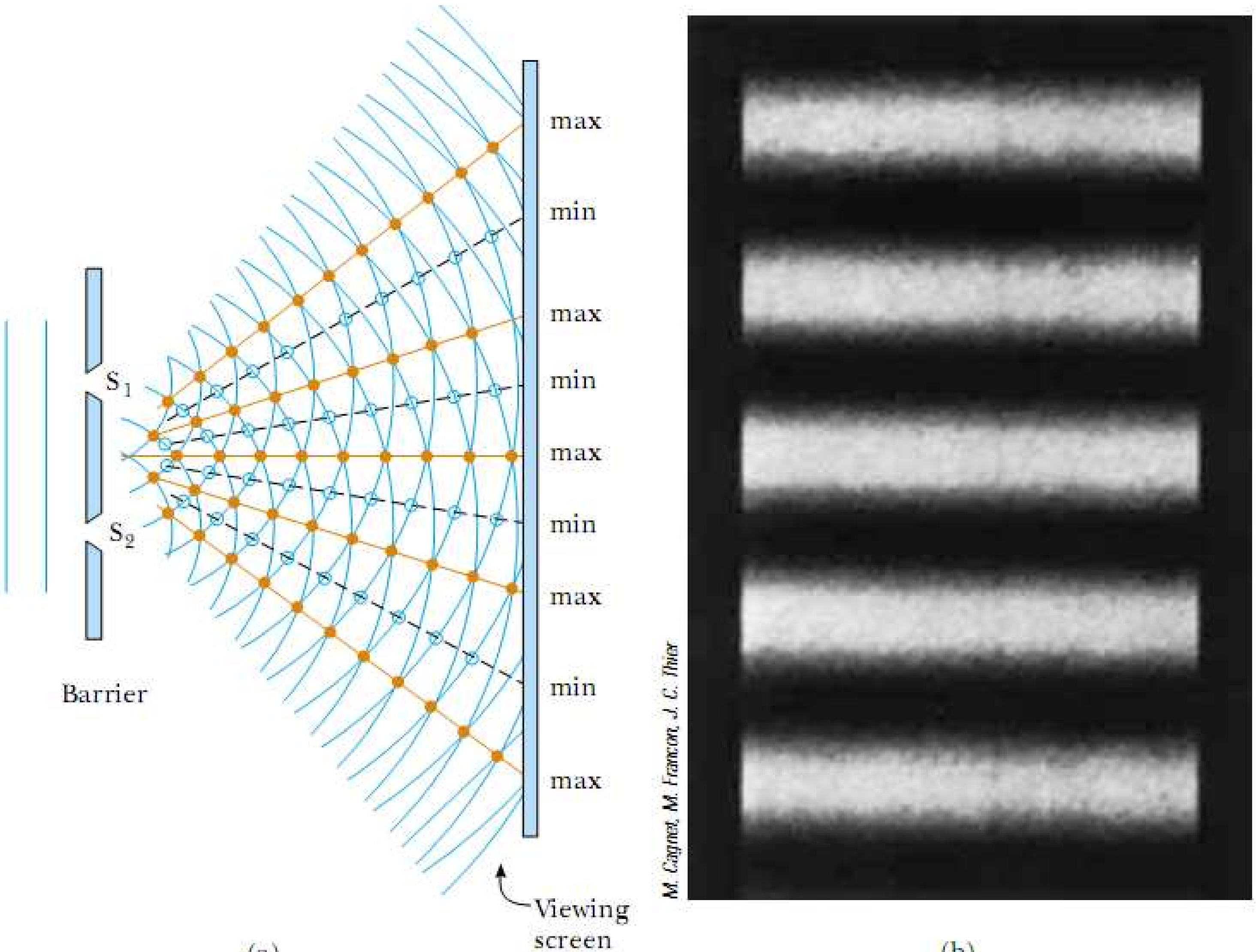
(a)

a) kada bi se svjetlost širila pravocrtno kroz pukotinu (poput čestica), ne bi bilo interferencije
b) budući se svjetlost širi poput vala, svaka pukotina je izvor novog vala (Huygensov princip) i njihovom interakcijom nastaju pruge interferencije



(b)

Plaža u Tel Avivu (Izrael) gdje valovi prolaze kroz prolaze u obalnom zidu i stvaraju nove kružne valove koji oblikuju plažu.


max
min
max
min
max
min
max
min
max
S1
S2
Barrier
Viewing screen
M. Cagnet, M. Francon, J. C. Thrier

(a) (b)

# *Interferencija svjetlosti 2*

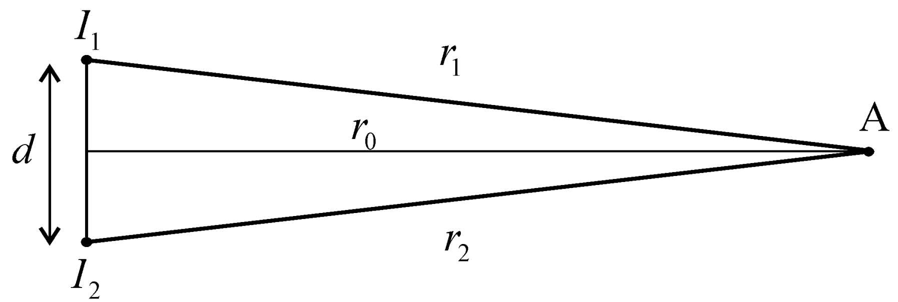
Kako naći raspodjelu energije u prostoru oko dva izvora svjetlosti kad odašilju koherentne valove koji mogu interferirati?

U prikazu pojave interferencije uobičajeno je razlikovati:

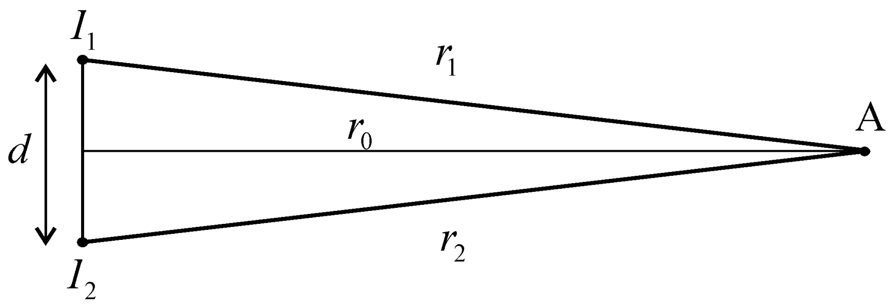
a) Područje u blizini izvora, tzv. ***blizo polje*** ili Fresnelov način promatranja.

***b)*** ***Daleko polje*** ili Fraunhofferov pristup, tj. način promatranja na velikoj udaljenosti s obzirom na razmak danih izvora zračenja.

Približno razgraničenje blizog i dalekog polja izvodi se tako da su za neku točku prostora (točka promatranja ***A***) radijusi udaljenosti dvaju izvora $\boldsymbol{r_1}$ i $\boldsymbol{r_2}$ približno jednaki, odnosno da se ne razlikuju više od $\boldsymbol{\lambda/2}$, ili $\boldsymbol{r_1 - r_2 < \lambda/2}$ (što odgovara granici razlučivanja kod optičkih uređaja).



# *Interferencija svjetlosti 3*

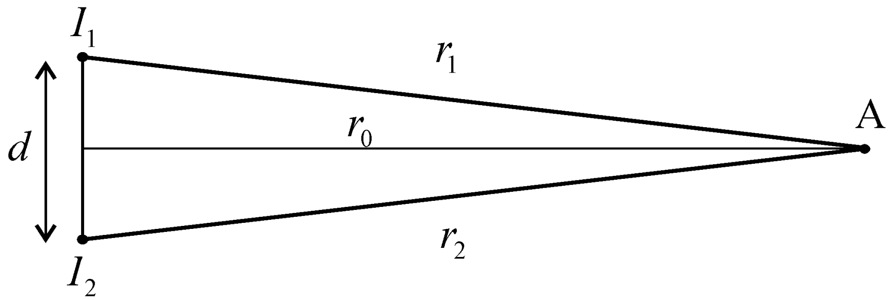



Za izvore na udaljenosti ***d***, granica između blizog i dalekog polja $\boldsymbol{r_o}$ vrijedi približno (uzmemo točku ***A*** tako da je $\boldsymbol{r_1}$ okomit na ***d***):

$$r_2 + r_1 \approx 2r_o \qquad d^2 = r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1)$$

$$r_2 - r_1 \approx \frac{d^2}{2r_o} < \lambda / 2 \quad \Rightarrow \quad r_o > \frac{d^2}{\lambda}$$

# *Interferencija svjetlosti 4*




$$r_o > \frac{d^2}{\lambda}$$

Primjer:

Za izvore međusobno udaljene ***d = 0,5 mm*** i svjetlost valne duljine ***λ = 600 nm***, razgraničenje između blizog i dalekog polja je:

$$r_o > \frac{d^2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad r_o > \frac{\left(0,5\cdot 10^{-3}\right)^2}{600\cdot 10^{-9}} = \frac{25\cdot 10^{-8}}{600\cdot 10^{-9}} = \frac{25}{60} \approx 42cm$$

Obično se daleko polje uzima oko deset puta veće od $r_o$, dakle u ovom slučaju oko 4 – 5 m; → Tada su valne plohe svjetlosnih valova, što dolaze iz izvor ***$I_1$*** i ***$I_2$***, praktično međusobno paralelne.

## *Interferencija svjetlosti u dalekom polju*

Promatramo dva koherentna vala svjetlosti i gledamo njihovu superpoziciju: ***$E_1(x,t)$ + $E_2(x,t)$ = $E(x,t)$*** , gdje su ***$E_i$*** jednadžbe valova:

$$\vec{E}_1(x,t) = \vec{E}_{o1} \sin\left(\omega t - kx + \delta_1\right)$$

$$\vec{E}_2(x,t) = \vec{E}_{o2} \sin\left(\omega t - kx + \delta_2\right)$$

Umjesto kosinusa koristimo sinusnu funkciju (faze pomaknute za ***$\pi/2$***).
U općem slučaju početna faza ne mora biti nula te ju označujemo kao $\delta$.

Rezultantni val superpozicije *$E(x,t)$* jednak je zbroju dva koherentna vala.
Koristimo trigonometrijske transformacije:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$E(x,t) = E_{o1}\sin\left(\omega t - kx\right)\cos\delta_1 + E_{o1}\cos\left(\omega t - kx\right)\sin\delta_1$$
$$+ E_{o2}\sin\left(\omega t - kx\right)\cos\delta_2 + E_{o2}\cos\left(\omega t - kx\right)\sin\delta_2$$

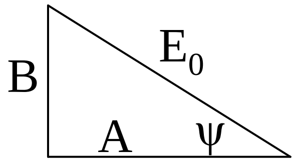
## *Interferencija svjetlosti u dalekom polju 2*

$$E(x,t) = E_{o1}\sin(\omega t - kx)\cos\delta_1 + E_{o1}\cos(\omega t - kx)\sin\delta_1$$
$$+ E_{o2}\sin(\omega t - kx)\cos\delta_2 + E_{o2}\cos(\omega t - kx)\sin\delta_2$$

$$E(x,t) =$$
$$(E_{o1}\cos\delta_1 + E_{o2}\cos\delta_2)\sin(\omega t - kx) + (E_{o1}\sin\delta_1 + E_{o2}\sin\delta_2)\cos(\omega t - kx)$$

$$E(x,t) = A\sin(\omega t - kx) + B\cos(\omega t - kx)$$

Napravimo pravokutni trokut tako da su konstante ***A*** i ***B*** njegove katete, s $\boldsymbol{E_o}$ obilježimo hipotenuzu, dok je $\psi$ kut između stranica ***A*** i $\mathbf{E_o}$ →




$$A = (E_{o1}\cos\delta_1 + E_{o2}\cos\delta_2) = E_o\cos\psi$$
$$B = (E_{o1}\sin\delta_1 + E_{o2}\sin\delta_2) = E_o\sin\psi$$

$$E(x,t) = E_o\cos\psi\sin(\omega t - kx) + E_o\sin\psi\cos(\omega t - kx)$$

$$E(x,t) = E_o\sin(\omega t - kx + \psi)$$

## *Interferencija svjetlosti u dalekom polju 3*

$$E(x,t) = E_o \sin\left(\omega t - kx + \psi\right)$$

$$A = \left(E_{o1}\cos\delta_1 + E_{o2}\cos\delta_2\right) = E_o\cos\psi$$

$$B = \left(E_{o1}\sin\delta_1 + E_{o2}\sin\delta_2\right) = E_o\sin\psi$$

Jednadžba rezultantnog vala kao superpozicija dva koherentna vala u pojavi interferencije valova.

Amplituda novog vala odlučuje o raspodjeli energije (intenzitet svjetlosti je razmjeran kvadratu amplitude vala).

Zbog preglednosti prikaza amplitude, pojednostavnjujemo oznake za konstante: Uzmimo da je $\boldsymbol{\delta_1 = 0}$ i $\boldsymbol{\delta_2 = \delta}$

Također, pretpostavljamo da su amplitude dva vala iz koherentnih izvora jednake, tj. neka je $E_{o1} = E_{o2}$. → Amplituda rezultantnog vala postaje:

$$E_0^2 = A^2 + B^2 = 2E_{01}^2\left(1 + \cos\delta\right)$$

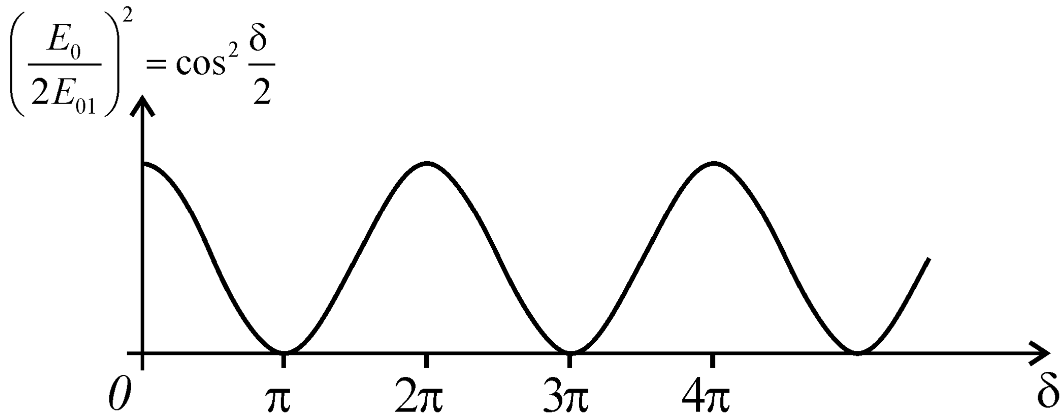
Koristimo trigonometrijsku transformaciju : $1 + \cos\delta = 2\ \cos^2(\delta/2)$

$$\Rightarrow \quad E_0^2 = 4E_{01}^2\cos^2(\delta/2)$$

## *Interferencija svjetlosti u dalekom polju 4*

$$E(x,t) = E_o \sin\left(\omega t - kx + \psi\right) \qquad\qquad E_0^2 = 4E_{01}^2 \cos^2(\delta / 2)$$

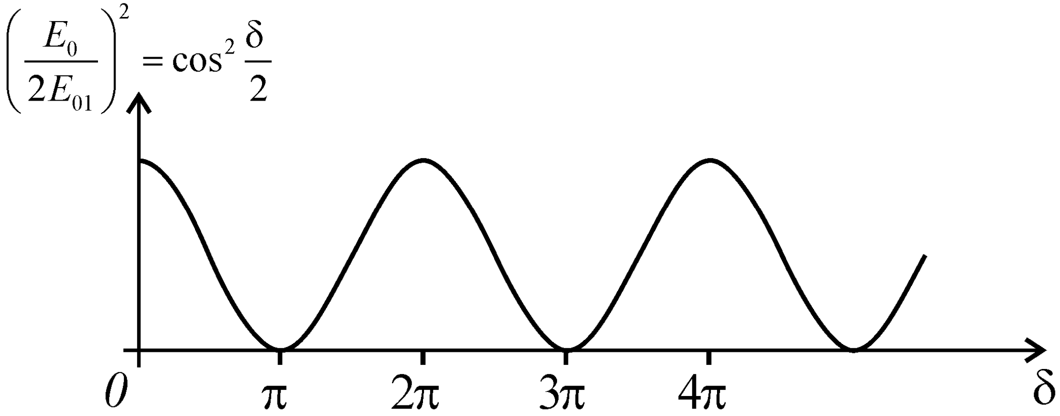
Raspodjela intenziteta svjetlosti u pojavi interferencije određena je kvadratom kosinusne funkcije i razlikom faza dva vala, $\delta$, koji sudjeluju u interferenciji.




Zavisnost relativnog kvadrata amplitude (ili relativnog intenziteta svjetlosti) rezultantnog vala o razlici faza dva koherentna vala $\delta$ pri nastupu interferencije.

# *Interferencija svjetlosti u dalekom polju 5*

$$E(x,t) = E_o \sin\left(\omega t - kx + \psi\right) \qquad\qquad E_0^2 = 4E_{01}^2 \cos^2(\delta/2)$$




Maksimumi intenziteta svjetlosti (vršne vrijednosti kvadrata amplitude)?

Kada je: $\cos^2(\delta/2)_M = 1$

$$\Rightarrow \quad \delta_M = 0,\ 2\pi, ... = 2p\pi \qquad\qquad p = 0,1,2,3$$

Minimum amplituda nastupa kad je kosinus nula, tj za:

$$\delta_m = (2p+1)\pi \qquad\qquad p = 0,1,2,3$$

## *Blisko polje interferencije*

Neka dva točkasta koherenta i sinhrona izvora odašilju kuglaste valove, koji se ne razlikuju u početnoj fazi, npr.:

$$E_1(r,t) = E_{o1}(1/r_1)\cos(\omega t - kr_1)$$

$$E_2(r,t) = E_{o2}(1/r_2)\cos(\omega t - kr_2)$$

Ukupna razlika faza? $(\omega t - kr_1) - (\omega t - kr_2) = k(r_2 - r_1) = \delta$

⇒ Razlika faza ne zavisi o vremenu!

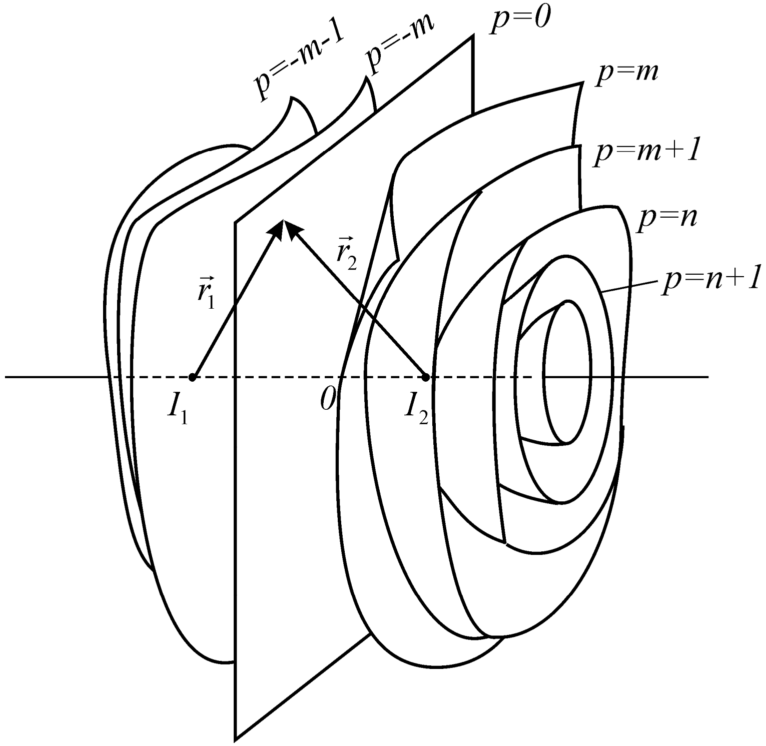
Razlika putova? $\Delta r = r_2 - r_1 = \delta / k = \pm const$

Iz geometrije je poznato da su plohe za koje vrijedi ***$\Delta r = \pm const$***, rotacioni hiperboloidi.

## *Blisko polje interferencije 2*

Razlika putova? $$\Delta r = r_2 - r_1 = \delta / k = \pm const$$

Razlika putova definira u prostoru plohe konfokalnih rotacijskih hiperboloida; svakoj vrijednosti (+ const) pripada jedan plašt, a vrijednosti (–const) pripada drugi njemu simetričan plašt hiperboloida. Fokusi tih hiperboloida leže u ishodištima radijusa $\boldsymbol{r_1}$ i $\boldsymbol{r_2}$, odnosno u izvorima svjetlosti $\mathbf{I_1}$ i $\mathbf{I_2}$.




Plaštevi hiperboloida kao geometrijska mjesta maksimuma interferencije.

## *Blisko polje interferencije 3*

Uvjet maksimuma? Od prije: $\delta_M = 0,\ 2\pi, ... = 2p\pi \qquad p = 0, 1, 2, 3$

Razlika hoda daje: $\Delta r = \delta / k = \delta\lambda / 2\pi \quad \Rightarrow$

$$\Delta r_M = p\lambda \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Ako je razlika hoda jednaka cijelom broju valnih duljina ("Brijeg jednog vala sastaje se s brijegom drugog vala.").

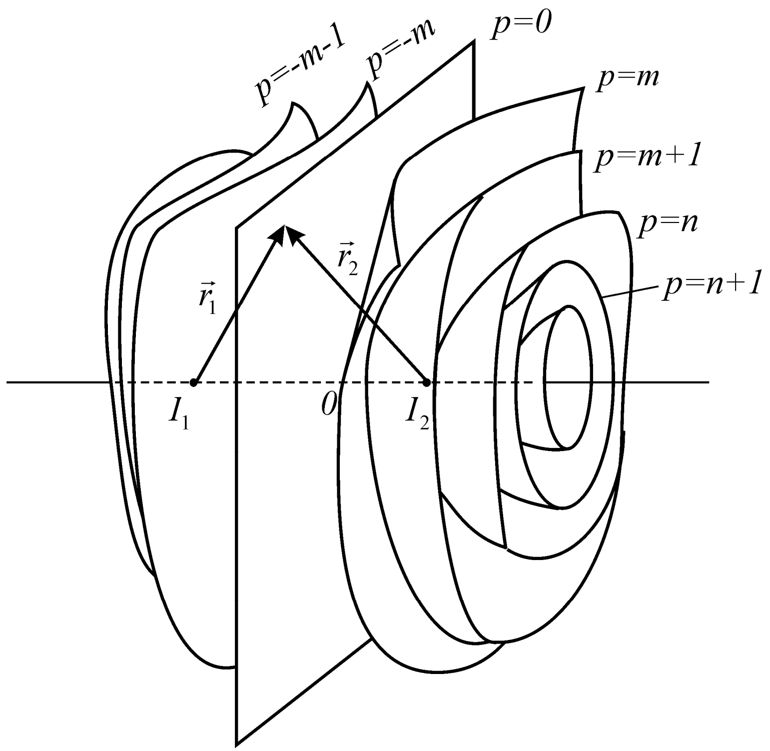
Minimumi? Od prije: $\delta_m = (2p+1)\pi \qquad p = 0, 1, 2, 3$

$$\Rightarrow \quad \Delta r_m = (2p+1)\lambda / 2 \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Ako je razlika hoda jednaka neparnom broju polovica valnih duljina ("Brijeg jednog vala sastaje se s dolom drugog vala.").

Zaključak: Kada je razlika putova dva vala jednaka cijelom broju valnih duljina, u interferenciji nastupa pojačavanje svjetlosti, tzv. ***konstruktivna interferencija***; ako razlika putova odgovara neparnom broju polovica valnih duljina, tada na tom mjestu nastaje minimum svjetlosti ili ***destruktivna intereferncija***.

# *Blisko polje interferencije 4*




Plaštevi hiperboloida kao geometrijska mjesta maksimuma interferencije.

Redovi maksimuma interferencije označuju se kao vrijednosti od $p$ (= 0, ± 1, ± 2, …); za dvije susjedne plohe $p$ se razlikuje za 1, dok je pripadna razlika putova $\lambda$ (za valove koji dolaze iz izvora $I_1$ i $I_{2)}$.

Ravnina paralelna s osi rotacije simetrije, osi na kojoj leže točke $I_1$ i $I_2$, siječe hiperboloide u familiji konfokalnih hiperbola, koje su simetrične s obzirom na središnji pravac (u koji degeneriraju sve hiperbole i koji je presječnica sa središnjom ravninom $p$ = 0). Skup hiperbola čini figuru interferencije,

Presjeci ravnina okomitih na os rotacije daju koncentrične kružnice; tada figure interferencije imaju oblik koncentričnih prstenova.

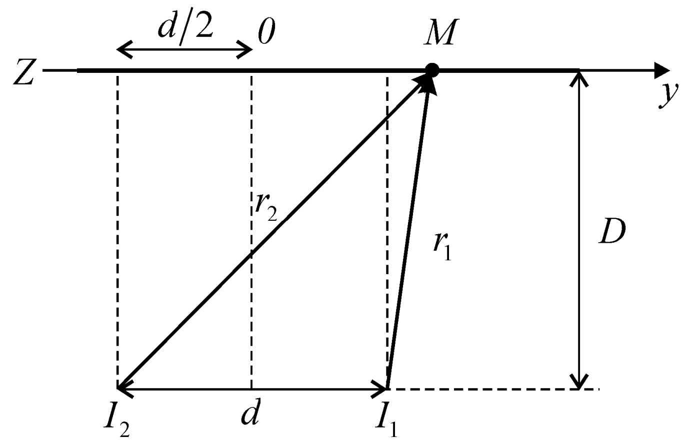
## *Fraunhoferovo daleko polje interferencije*

Daleko polje interferencije. → Konfokalni hiperboloidi danog reda interferencije, *p* , prelaze asimptotski u rotacijski simetrične stošce, sa zajedničkom osi koja prolazi kroz točke (izvore) $I_1$ i $I_2$, i sa zajedničkim vrhom u raspolovnici, O, razmaka $I_1I_2$.

Figure interferencije u ravnini normalnoj na pravac kroz točke $I_1$, $I_2$ su prstenovi (kao i u prethodnom razmatranju blizog polja interferencije), kojima dijametar raste razmjerno s udaljenošću od $I_1$, $I_2$.

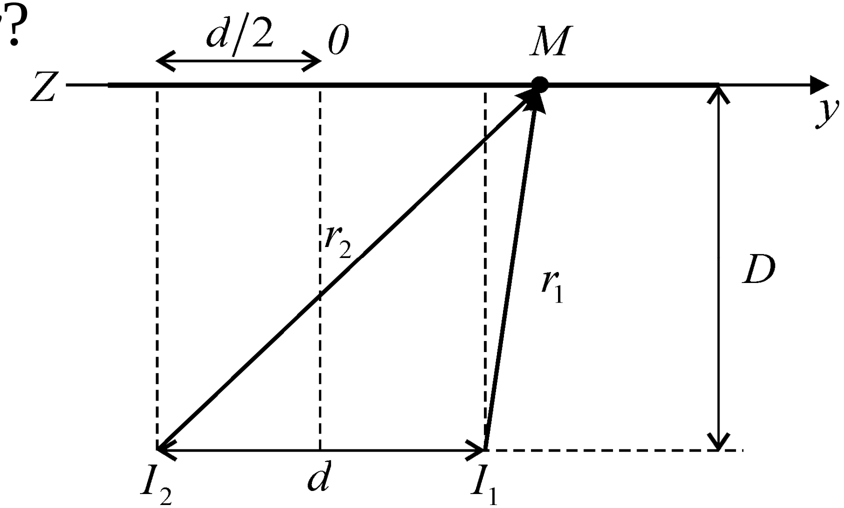
U dalekoj ravnini paralelnoj s pravcem, koji prolazi točkama $I_1$, $I_2$ , figure interferencije su približno usporedne hiperbole, koje u dovoljno malom prostoru možemo aproksimirati paralelnim dužinama

Takve dužine možemo promatrati kao pruge interferencije, koje leže na zastoru (Z) okomitom na ravninu crtanja.



# *Fraunhoferovo daleko polje interferencije 2*

Kako odredili položaj neke pruge odnosno udaljenost maksimuma ($M$) figure interferencije na koordinatnoj osi $y$?




$$\Rightarrow \quad \left. \begin{aligned} r_2^2 &= (y + d/2)^2 + D^2 \\ r_1^2 &= (y - d/2)^2 + D^2 \end{aligned} \right| -$$

$$r_2^2 - r_1^2 = 2yd$$

Razliku kvadrata rastavimo na produkt binoma: $r_2^2 - r_1^2 = \left(r_2 + r_1\right)\left(r_2 - r_1\right)$

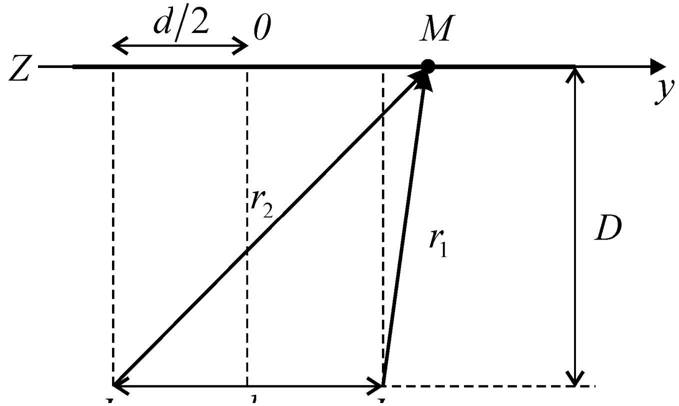
Za daleko polje: $y << D$ → Vrijedi aproksimacija: $r_2 + r_1 \cong 2D$

$$\left(r_2 + r_1\right)\left(r_2 - r_1\right) = 2yd \quad \Rightarrow \quad r_2 - r_1 = \frac{2yd}{r_2 + r_1} \cong \frac{2yd}{2D} \quad \Rightarrow \quad \Delta r \cong \frac{yd}{D}$$

Razlika puta dva vala.

# *Fraunhoferovo daleko polje interferencije 3*

Kako odredili položaj neke pruge odnosno udaljenost maksimuma ($M$) figure interferencije na koordinatnoj osi $y$?




Za nastanak maksimuma interferencije, razlika puta dva vala mora biti:

$$\Delta r_M = y_M d / D = p\lambda \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Udaljenost $p$-te pruge interferencije od ishodišta O (položaj maksimuma na zastoru):

$$y_M = pD\frac{\lambda}{d} \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Slično dobivamo položaje minimuma interferencije:

$$\Delta r_m = y_m d / D = (2p+1)\lambda / 2 \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \Rightarrow$$

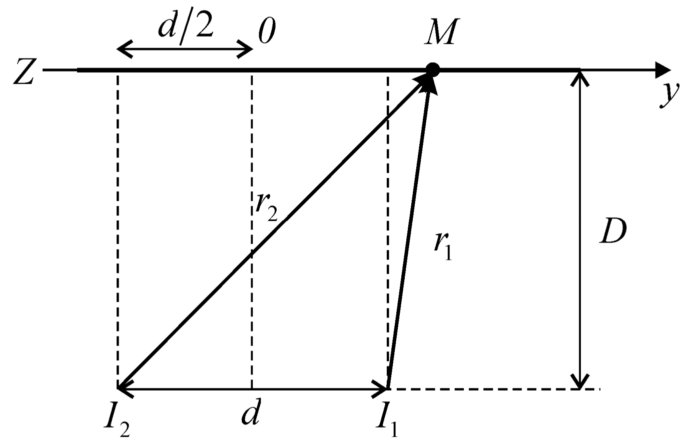
$$y_m = (2p+1)\frac{D\lambda}{2d} \qquad p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Razmak susjednih pruga interferencije je: $\Delta y = 2(y_m - y_M) = \lambda D / d$

# *Fraunhoferovo daleko polje interferencije 4*

Razmak susjednih pruga (konstruktivnih ili destruktivnih) interferencije je:

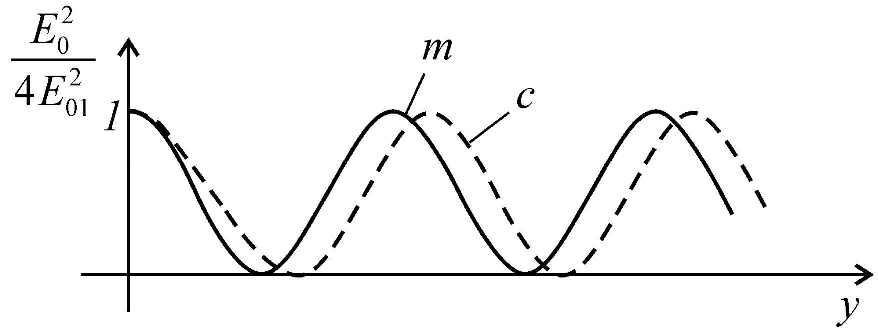
$$\Delta y = 2(y_m - y_M) = \lambda D / d$$




→ Pruge interferencije su ekvidistantne (***Δy = konst***).

Za dobivanje prepoznatljivih, međusobno udaljenijih pruga interferencije na zastoru (***veći y***). → Odabrati veću udaljenost zastora (***D***) i manji razmak između izvora svjetlosti (***d***).

Razmak između pruga interferencije zavisi i o valnoj duljini svjetlosti $\lambda$,
→ Efekt interferencije s bijelom svjetlošću pokazuje niz obojenih maksimuma ili pruga, koje slijede kvadrat cosinusne funkcije.




Maksimumi za modru i crvenu boju svjetlosti.

## *Fraunhoferovo daleko polje interferencije 5*

Razmak susjednih pruga interferencije je: $\Delta y = 2(y_m - y_M) = \lambda D / d$

***Praksa:*** Za dobivanje pruga interferencije koriste se dvije paralelne pukotine koje predstavljaju niz točkastih parova koherentnih izvora. → Tako se pojačava intenzitet svjetlosti na prugama interferencije.

***Primjer:*** Laserska svjetlost valne duljine 630 nm pada na par pukotina i daje pruge interferencije, kod kojih su dvije svijetle pruge udaljene 8,3 mm. Druga svjetlost daje interferenciju kod koje je udaljenost dviju svijetlih pruga 7,6 mm. Kolika je valna duljina te druge svjetlosti ($\lambda_2$)?

$\lambda_1 = 630\ nm$

$\Delta y_1 = 8,3\ mm$

$\Delta y_2 = 7,6\ mm$

$\lambda_2 = ?$

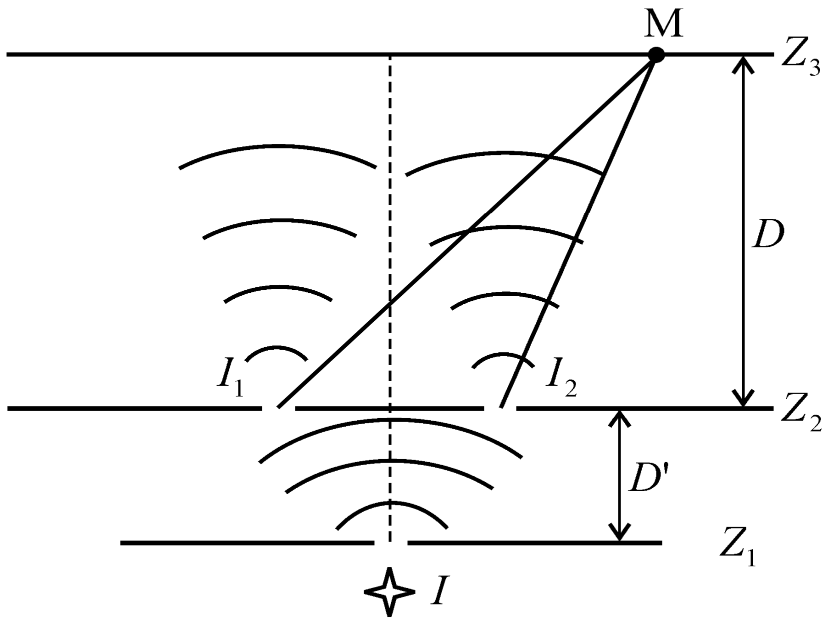
$$\begin{aligned} \Delta y_2 &= \lambda_2 D / d \\ \Delta y_1 &= \lambda_1 D / d \end{aligned} \Bigg| : \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \Rightarrow$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = 630 \frac{7,6}{8,3} nm \qquad \lambda_2 = 577\ nm$$

## *Youngov pokus za dobivanje pruga interferencije*

***Youngov pokus*** - Najstariji i najjednostavniji eksperiment za dobivanje pruga interferencije.

Pokus je zasnovan na principu razdvajanja valne plohe.



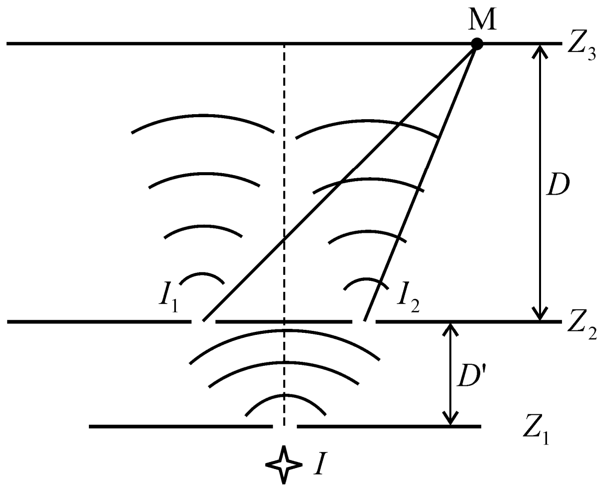

I = Izvor svjetlosti.
$Z_1$ = Dijafragma s malim otvorom ($I_o$).

Huygensov princip → Ako je izvor $I_o$, točkast, onda bi se iz njega u cijeli poluprostor iza dijafragme širili kuglasti valovi stalne amplitude.

Na udaljenosti D' od prve dijafragme ($Z_1$) nalazi se drugi zastor $Z_2$ s dvije male pukotine $I_1$ i $I_2$, razmaknute za udaljenost $d$.

Tu se prva valna ploha razdvaja na dvije valne plohe približno jednakih valnih amplituda.

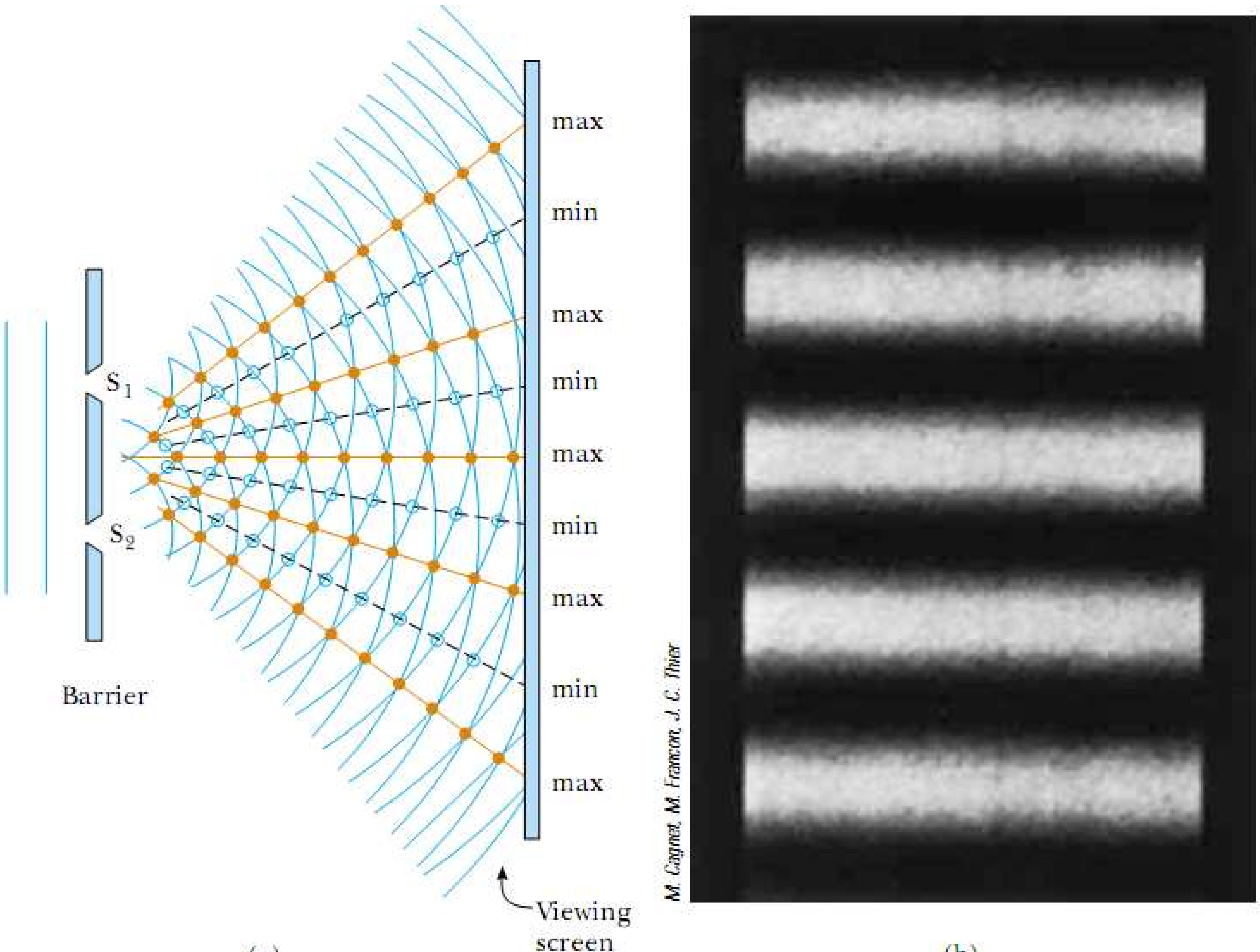
## *Youngov pokus za dobivanje pruga interferencije 2*




→ Od dva koherentna i sinhrona izvora $I_1$ i $I_2$ nastaju paralelne i ekvidistantne pruge interferencije na zastoru $Z_3$; pruga nultog reda je svijetla. S obzirom na to da interferencija nastaje svugdje u prostoru gdje se šire koherentni valovi, takvu pojavu nazivamo nelokaliziranim prugama interferencije.

Pokus: U Youngovom pokusu za dobivanje pruga interferencije neka je prva pukotina (***I) širine 0,25 mm***, druge dvije pukotine (***$I_1$, $I_2$***) širine ***0,1 mm*** i razmak (***d***) između pukotina ***0,7 mm***; udaljenost između prvog i drugog zastora (dijafragme) ***D' = 1m*** te udaljenost između drugog i trećeg zastora ***D = 5 m***. Kao primarni izvor služi lučnica (električni izboj u plinu), odnosno elektronska cijev. Iza prve pukotine postavlja se obojeni filtar (crvene) svjetlosti. Može se zapaziti nekoliko pruga interferencije (naravno, ***u tamnoj komori***).

Pokus s laserom i dvije pukotine daje intenzivne pruge interferencije na zastoru, što se može motriti i pri dnevnoj svjetlosti.

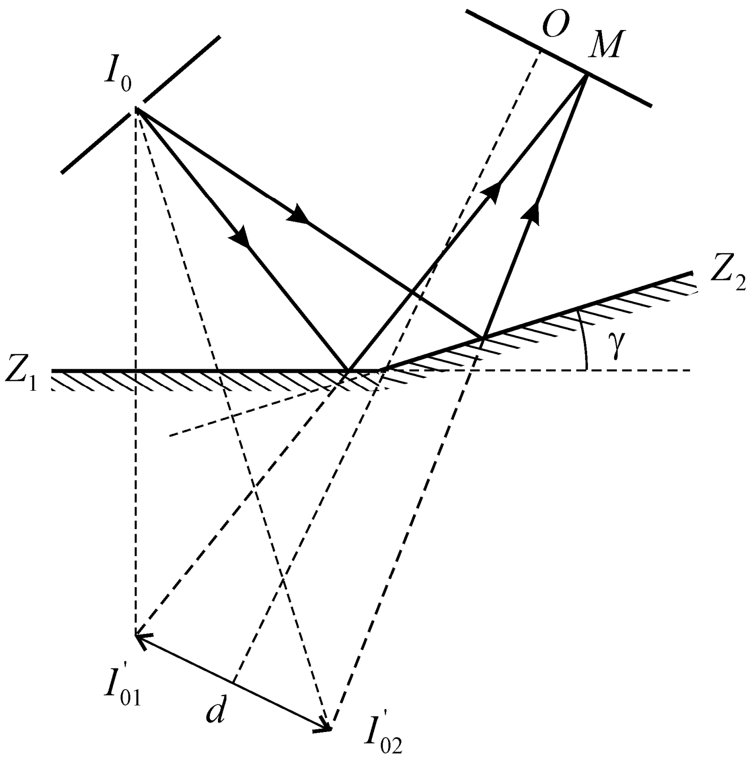


max
min
max
min
max
min
max
min
max
$S_1$
$S_2$
Barrier
Viewing screen
M. Cagnet, M. Francon, J. C. Thier


(a) (b)

# *Fresnelova zrcala*

Fresnelova zrcala = Dva ravna zrcala koja se dodiruju jednim bridom i zatvaraju međusobno mali kut γ.

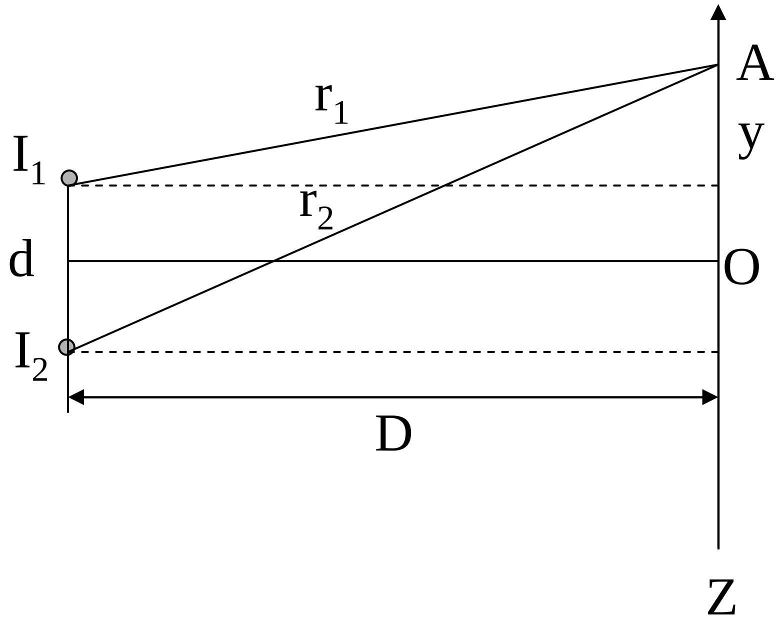



Od izvora $I_o$ nastaju virtualne slike $I_{o1}'$, $I_{o2}'$. → Slično kao u Youngovom pokusu.

Približna se monokromatizacija svjetlosti postiže obojenim filtrom.

Figure interferencije su ekvidistantne paralelne pruge, koje su većeg intenziteta nego u Youngovom pokusu.

# Izvod jednadžbe za Fresnelova zrcala




$$r_1^2 = D^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = D^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2yd$$

-ako je u točki A tamna pruga interferencije:

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{2}$$

-vrijedi: $r_2 + r_1 \cong 2D$

$$(2D)\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 2yd$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2yd}{D}}$$

-ako je u točki A svjetla pruga interferencije:

$$r_2 - r_1 = \lambda$$

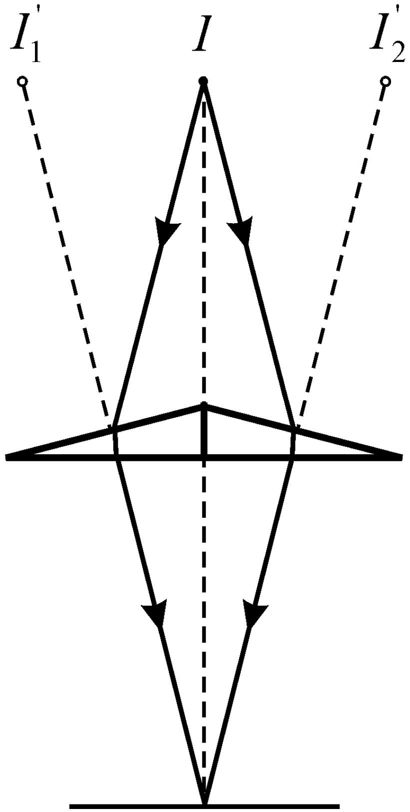
$$r_2 + r_1 \cong 2D$$

$$(2D)(\lambda) = 2yd$$

$$\boxed{\lambda = \frac{yd}{D}}$$

# *Fresnelova biprizma*

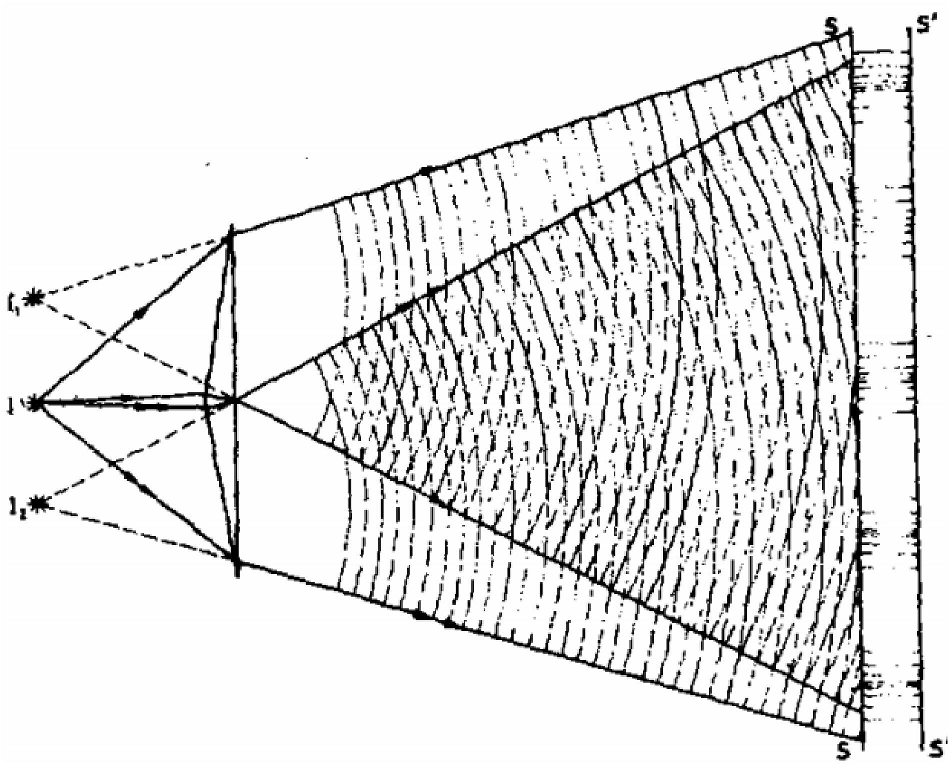
Fresnelova biprizma = Dvije jednake prizme malih lomnih kutova.




Od pukotine I nastaju dvije virtualne slike, $I_1'$ i $I_2'$ → Te slike predstavljaju onda izvore iz kojih se šire koherentni valovi.

Kada je pukotina I obasjana bijelom svjetlošću iz lučnice, na zastoru se vide tamne i svijetle pruge, pri čemu su svijetle pruge obojene (šare), osim središnje koja je bijela. Naravno, ako upotrijebimo obojeni filtar ispred pukotine, na zastoru vidimo samo tamne i svijetle pruge.

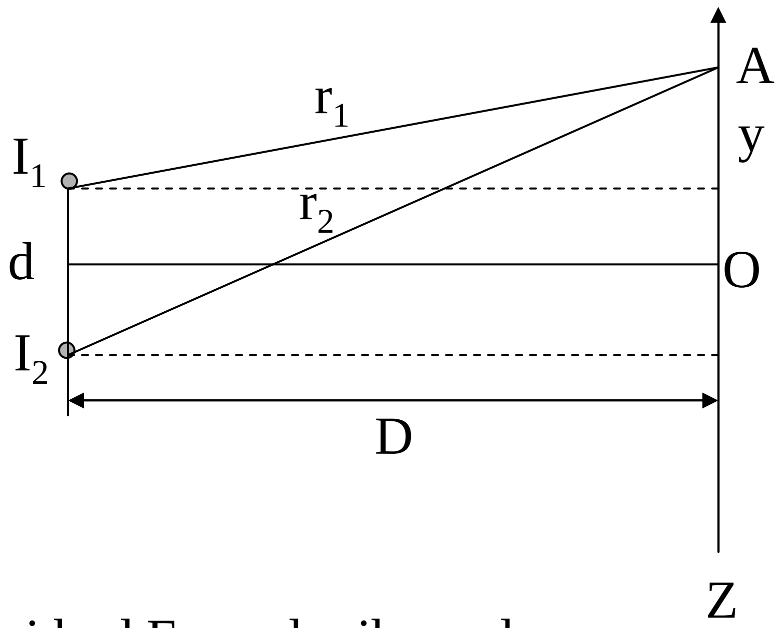
Pokus s biprizmom i monokromatskom svjetlošću lasera. →
Na zastoru vidimo intenzivne tamne i svijetle pruge.




Biprizma daje lomom zraka svjetlosti dva virtualna izvora koherentne svjetlosti $I_1$ i $I_2$. U prostoru gdje se prekrivaju zrake iz ta dva izvora dolazi do interferencije – nastaje "stojni" val svjetlosti. Na zastoru SS vide se svijetle i tamne pruge interferencije svjetlosti. Svijetle pruge nastaju kada je razlika optičkih putova zraka svjetlosti $p\lambda$, a tamne pruge za $(2p+1)\lambda/2$.

Napomena: premda su pruge interferencije postojane u vremenu i svojom konfiguracijom podsjećaju na stojne valove – one to nisu; prilikom interferencije dolazi do prijenosa energije od izvora do zastora, što nije slučaj kod stojnih valova.

# Izvod jednadžbe za Fresnelovu biprizmu




Mjerenjem razmaka između svijetlih/tamnih pruga interferencije *y*, udaljenosti između izvora svjetlosti *d* i udaljenosti izvora i zrcala, *D* može se odrediti valna duljina svjetlosti iz izvora.

-kao i kod Fresnelovih zrcala:

$$r_1^2 = D^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = D^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2yd$$

-A tamna pruga interferencije:

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2yd}{D}}$$

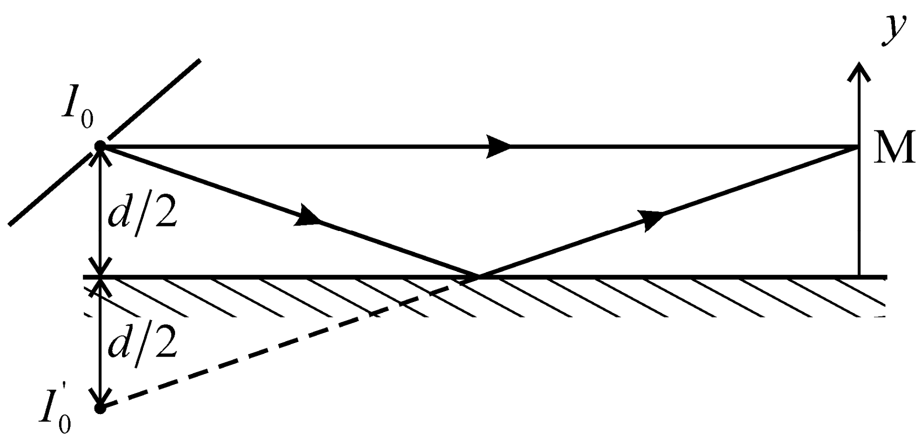
-A svjetla pruga interferencije:

$$r_2 - r_1 = \lambda$$

$$\boxed{\lambda = \frac{yd}{D}}$$

# *Lloydovo zrcalo*

Lloydovo zrcalo - Valovi iz realnog izvora $\boldsymbol{I_o}$ interferiraju s valovima iz virtualnog izvora $\boldsymbol{I_o'}$, odnosno s odbijenim valovima ($\boldsymbol{I_o'}$ = virtualna slika od $\boldsymbol{I_o}$).




Pukotina se obično postavlja usporedo s rubom zrcala, a središnja pruga interferencije je tamna (zbog refleksije vala i skoka u fazi za $\pi$)

Objašnjenje: Pokus s dvije pukotine kod Youngovog pokusa. →
Razlika faza je: $\delta = k\Delta r$ . → Za središnju prugu je $\Delta r = 0$. →

$$\cos^2(\delta/2)_Y = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Intenzitet svjetlosti za M je maksimalan!}$$

Pokus s Lloydovim zrcalom. → Razlika faza dva vala je $\delta = k\Delta r \pm \pi$ : →
Središnja prugu ima intenzitet nula jer je: $\cos^2(\pi/2)_L = 0$.

# *Lloydovo zrcalo 2*

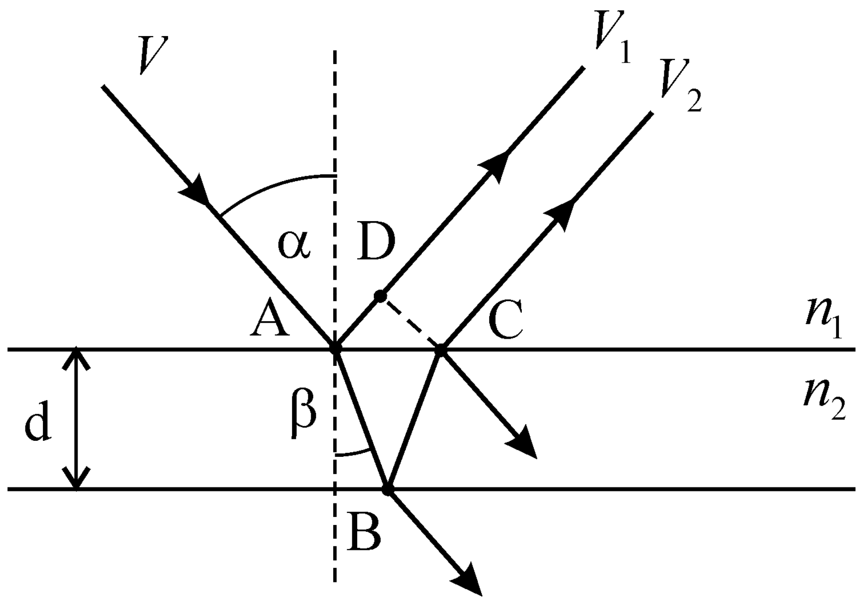
Lloydovo zrcalo pokazuje kako je Fresnelova teorija o rubnim uvjetima pri refleksiji elastičnih mehaničkih valova valjana i u primjeni na elektromagnetske valove.

Naime, u mehanici refleksija vala pokazuje skok u fazi za $\pi$, ako se refleksija zbiva na nepomičnom kraju sredstva; promjena faze je nula ako je refleksija na slobodnom kraju.

Refleksija elektromagnetskih valova na dioptrijskoj plohi. → Fresnelovi rubni uvjeti pokazuju da na optički gušćem sredstvu ($n_2 > n_1$) dolazi do promjene predznaka amplitude reflektiranog vala, što je identično promjeni faze za $\pi$; za refleksiju vala na optički rjeđem sredstvu ($n_2 < n_1$) nema skoka u fazi.

## *Interferencija svjetlosti na planparalelnoj ploči*

Planparalelna ploča → Amplituda upadnog vala se pri refleksiji višestruko dijeli; upadni val (V) se dijelom odbija ($V_1$) a dijelom lomi ($V_2$) i onda ponovno odbija i lomi:

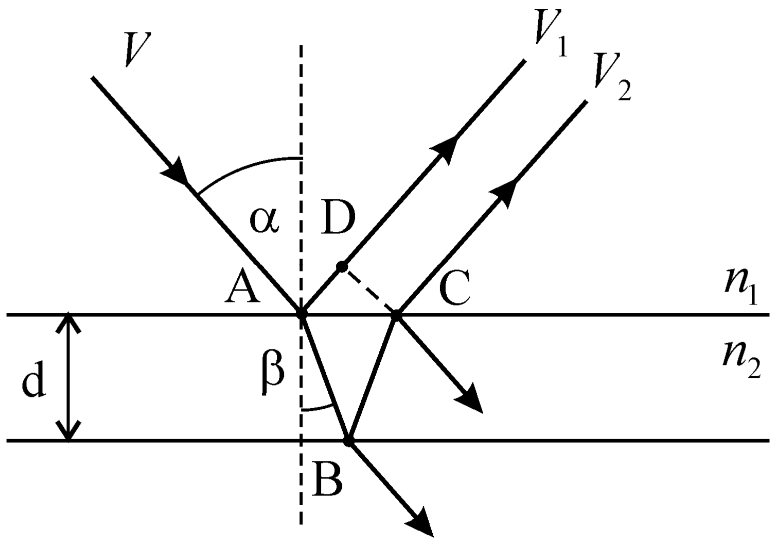



Valovi $V_1$ i $V_2$ su par međusobno koherentnih valova koji dolaze prividno iz vrlo dalekih sinhronih virtualnih izvora $I_1'$ i $I_2'$, ili iz beskonačnosti.

Najveći dio energije upadnog vala prolazi kroz ploču (debljine *d*), koja kao dio interferencijskog uređaja ima ulogu razdvajanja amplitude.

# *Interferencija svjetlosti na planparalelnoj ploči 2*

Razlika optičkih putova ($l$) za valove $V_1$ i $V_2$?




Iz pripadnih geometrijskih putova!($l_g = nl$)

Zbog refleksije na ***gušćem sredstvu*** ($n_2 > n_1$). → Treba dodati skok u fazi za $\pi$ kod vala $V_1$ (ili pomak vala za ***λ/2***).

$$\Delta l = n_2(AB + BC) - n_1 AD + \frac{\lambda}{2}$$

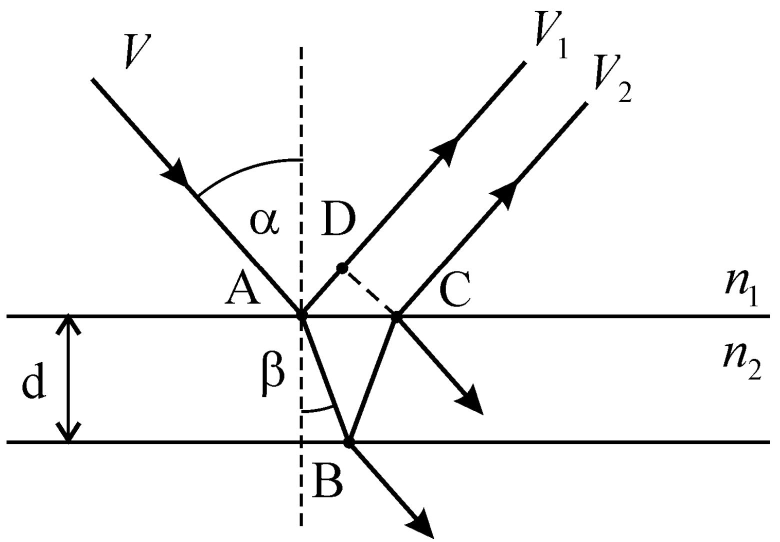
Odnosi kutova i stranica, te zakon loma svjetlosti daju sljedeće relacije:

$$AB = BC = d/\cos\beta \qquad AD = AC\sin\alpha \qquad AC = 2d\cdot tg\beta$$

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

$$\Delta l = \frac{2n_2 d}{\cos\beta} - 2dn_1 tg\beta\sin\alpha + \frac{\lambda}{2} = 2n_2 d\cos\beta + \lambda/2$$

# *Interferencija svjetlosti na planparalelnoj ploči 3*




$$\Delta l = 2n_2 d \cos\beta + \lambda/2$$

Maksimum interferencije? →
Nastupa kad je razlika hoda valova:

$$\Delta l_M = p\lambda \qquad p = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

$$2n_2 d \cos\beta + \lambda/2 = p\lambda$$

$$\cos\beta_M = \frac{(p - 1/2)\lambda}{2n_2 d}$$

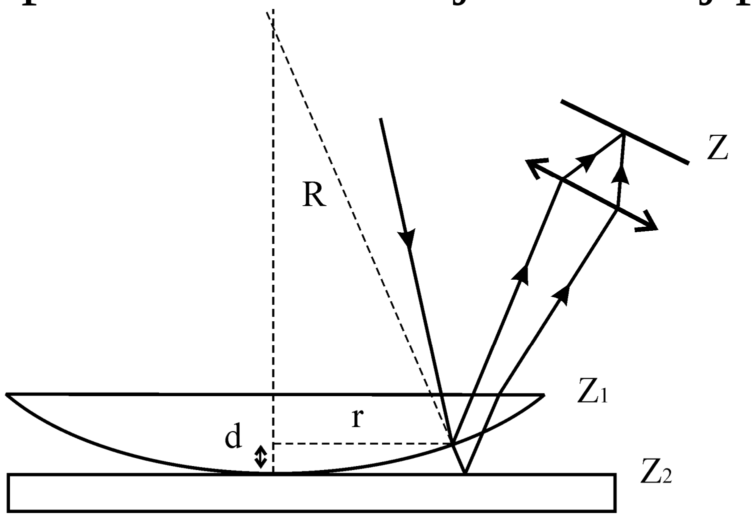
Red maksimuma zavisi o kutu loma ($\beta$) odnosno kutu upada svjetlosti ($\alpha$) na planparalelnu ploču.

Ova pojava se ponekad naziva ***interferencijom na tankim listićima (filmovima).***

Primjer: Interferencija na mjehurićima sapunice ili na tankom sloju ulja na mokroj cesti, s time da od upadne sunčeve bijele svjetlosti vidimo obojene figure interferencije.

## *Newtonovi kolobari*

I. Newton (17. st.) - Za dobivanje prstenastih figura interferencije koristi plankonveksnu leću velikog polumjera zakrivljenosti, s konveksnom plohom na ravnoj staklenoj ploči.

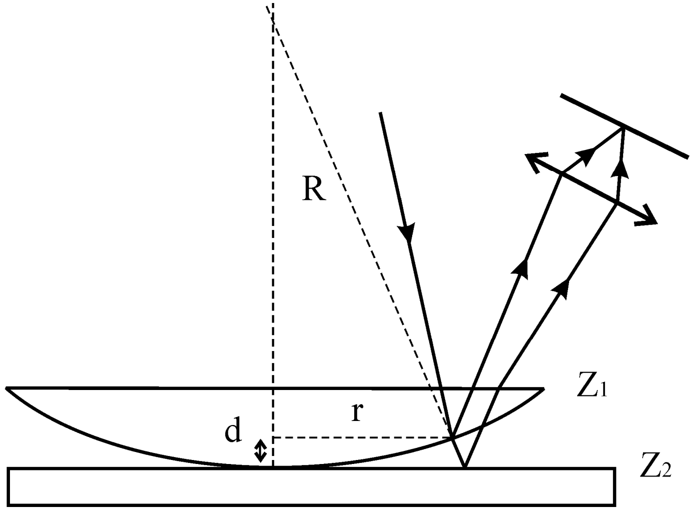



Sferna kalota i tangencijalna ravnina čine dvije dioptrijske plohe koje djeluju kao dva dioptrijska zrcala $Z_1$ i $Z_2$.

Upadni val svjetlosti se dijelom odbija na sfernoj plohi kalote ($Z_1$), a dijelom se odbija na ravnoj plohi staklene ploče ($Z_2$).

Dva odbijena koherentna vala mogu interferirati u ravnini slike konvergentnog optičkog sustava, odnosno nakon prolaza kroz pozitivnu leću  valovi daju na zastoru (Z) prstenaste figure interferencije, ili se te figure zapažaju izravno okom.

# *Newtonovi kolobari 2*




Razlika hoda dva odbijena vala? →

Jednaka je dvostrukom putu između sferne i ravne plohe (što je približno ***2d***, gdje je ***d*** razmak između tih ploha), s time da uzimamo u obzir i skok u fazi za $\pm\pi$ ili ($\lambda/2$) pri refleksiji na optički gušćem sredstvu ($Z_2$).

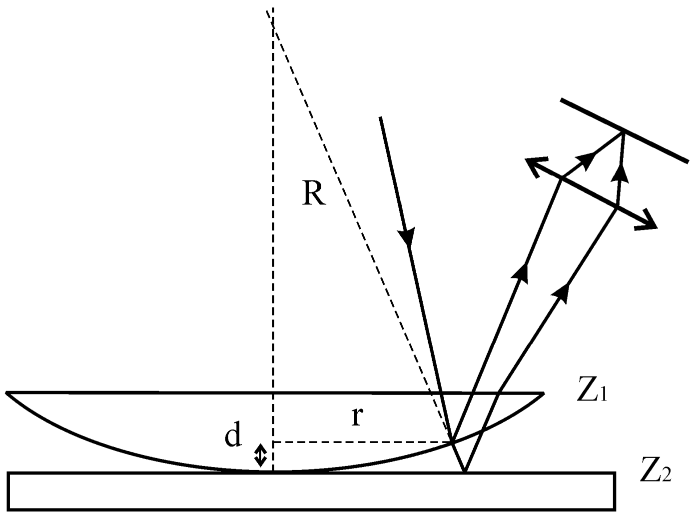
Ukupna razlika puta: $\Delta l = 2d - \lambda / 2$

Razmak *d* zavisi o udaljenosti (*r*) promatranog mjesta refleksije od središta kalote (koja ima radijus zakrivljenosti *R*).→

$$(R-d)^2 = R^2 - r^2 \quad \Longrightarrow \quad R^2 - 2Rd + d^2 = R^2 - r^2$$

Aproksimacije ***d << R*** → $d^2$ zanemarivo $\Longrightarrow$ $d = \dfrac{r^2}{2R}$

# *Newtonovi kolobari 3*




Ukupna razlika puta: $\Delta l = 2d - \lambda / 2$

$$d = \frac{r^2}{2R}$$

Razlika faza za dva odbijena vala je: $\delta = k\,\Delta l$

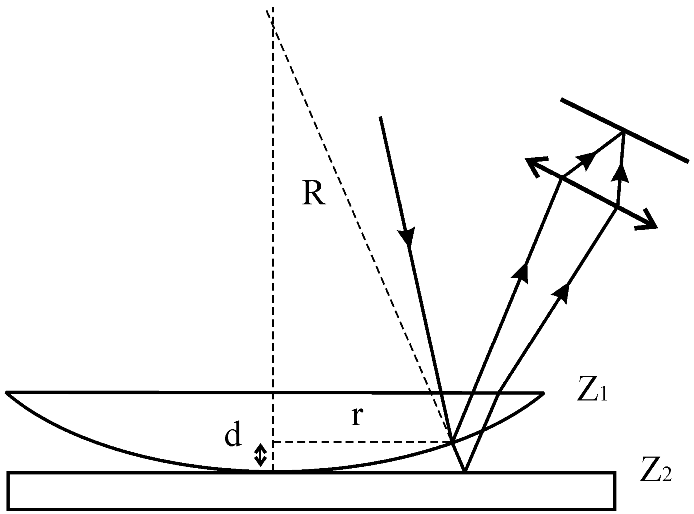
$$\Rightarrow \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{r^2}{R} - \frac{\lambda}{2}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\delta = \frac{2\pi r^2}{\lambda R} - \pi$$

Maksimum interferencije nastupa kad je ***cos*$^2$ (*δ*/2) = 1.**

Figure interferencije su koncentrični prstenovi, naizmjenično svijetli i tamni, a središnja figura Newtonovih kolobara, na mjestu dodira ploče i kalote, tj. za položaj ***r = 0***, tamna je i ima značenje minimuma ili destruktivne interferencije svjetlosti kad je ***cos*$^2$ (0-*π*/2) = 0.**

# *Newtonovi kolobari 4*




Ukupna razlika puta: $\Delta l = 2d - \lambda/2$

$$d = \frac{r^2}{2R}$$

Newtonovi kolobari omogućuju i određivanje valne duljine svjetlosti!

$$\Rightarrow \quad \Delta l = \frac{r^2}{R} - \lambda/2$$

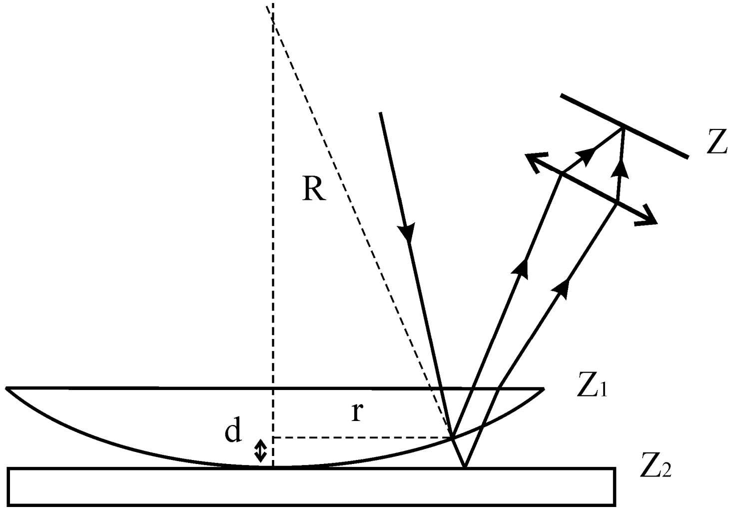
Uvjet za nastup minimuma interferencije: $\Delta l = (2p+1)\lambda/2$

$$\Rightarrow \quad \frac{r^2}{R} - \lambda/2 = (2p+1)\lambda/2 \quad \Rightarrow \quad \frac{r^2}{R} = (p+1)\lambda$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{r^2}{(p+1)R} \quad \Rightarrow$$

Valna duljina → Mjeri se radijus, *r*, p-tog tamnog prstena (p = 0,1,2, …).
Radijus zakrivljenosti kalote *R*, konstanta je danog uređaja.

# *Newtonovi kolobari 5*




Ukupna razlika puta: $\Delta l = 2d - \lambda / 2$

$$d = \frac{r^2}{2R} \qquad \lambda = \frac{r^2}{(p+1)R}$$

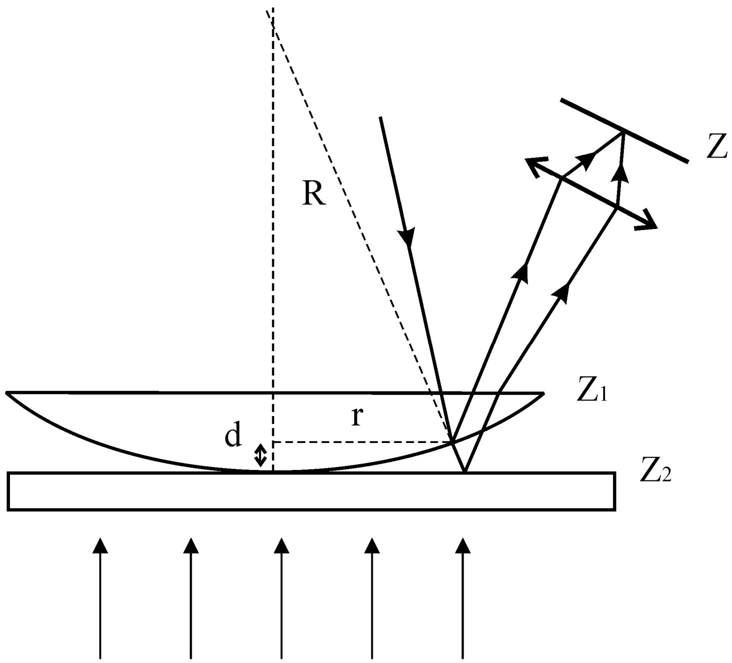
Ako između staklene ploče i kalote stavimo tekućinu indeksa loma $n$ → Razlika optičkog puta za dva vala koji interferiraju postaje:

$$\Delta l = 2dn - \lambda / 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad \lambda = \frac{nr^2}{(p+1)R}$$

Relacija omogućuje određivanje indeksa loma tekućine kada su poznati drugi parametri u jednadžbi.

## *Newtonovi kolobari 6*




Kod transmitirane (propusne) svjetlosti red je pruga obrnut, tj. središnja figura interferencije je svijetla.

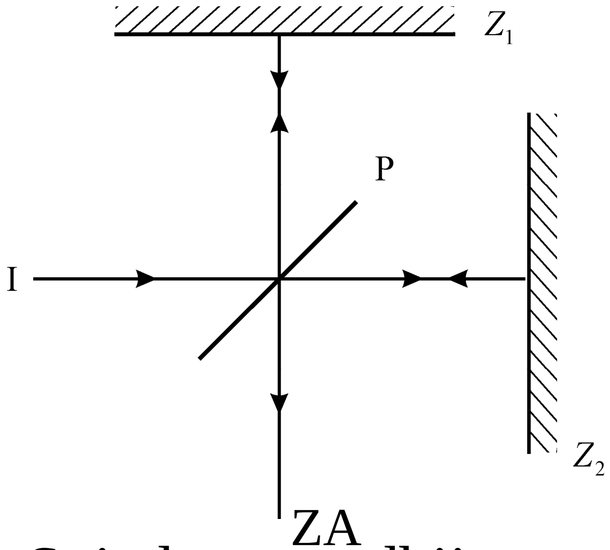
Upadni val dolazi prvo na staklenu ploču (rekli bi da val dolazi "odozdo"), prolazi je i onda se dijelom odbija i drugim dijelom lomi na sfernoj plohi kalote; odbijeni val se još jednom odbija na ploči i zatim lomi na sfernoj plohi:

Dva lomljena vala imaju razliku puta: $\Delta l = 2d - 2\lambda/2$ (dodatni put vala koji se dva puta odbija na optički gušćem sredstvu te ima dva skoka u fazi za $\lambda$ /2).

Nakon prolaza kroz konvergentnu leću, ta dva koherentna vala tako interferiraju da je središnja figura svijetla (tj. konstruktivna interferencija nastaje za $r = 0$)

## *Michelsonov interferometar*

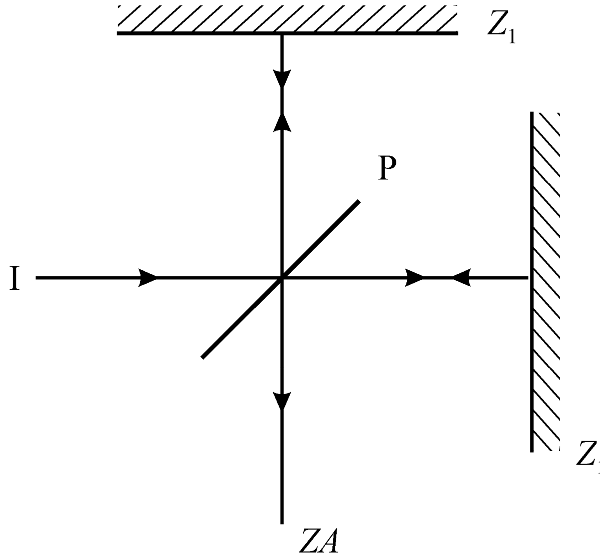
Uređaj koji (uz pojavu interferencije) omogućuje mjerenje valne duljine svjetlosti, ali je više poznat po izvedbi Michelson-Morleyevog pokusa; u tom pokusu s interferometrom pokazana je stalnost brzine svjetlosti u svim inercijskim sustavima (koji se gibaju jednoliko po pravcu).




Snop monokromatske svjetlosti pada na polupropusnu pločicu (zrcalo) ***P*** kroz koju dio upadnog vala prolazi prema zrcalu $\boldsymbol{Z_2}$, a dio vala se odbija prema zrcalu $\boldsymbol{Z_1}$ ; pločica je izvedena tako da su ta dva dijela snopa svjetlosti jednakih amplituda).

Svjetlost se odbija na zrcalu $\boldsymbol{Z_1}$ (nepomičnom) odnosno $\boldsymbol{Z_2}$ (pomičnom) i vraća prema pločici koja je ponovno djelitelj snopa, tako da se približno polovica intenziteta polazne svjetlosti usmjeruje prema zastoru ***ZA*** (ili konvergentnom sustavu), gdje se dobiju svijetle figure interferencije kad je razlika putova $\boldsymbol{p\lambda\ (p = 0, 1, 2, \ldots)}$ za dva vala odbijena od navedena dva zrcala.

# *Michelsonov interferometar 2*



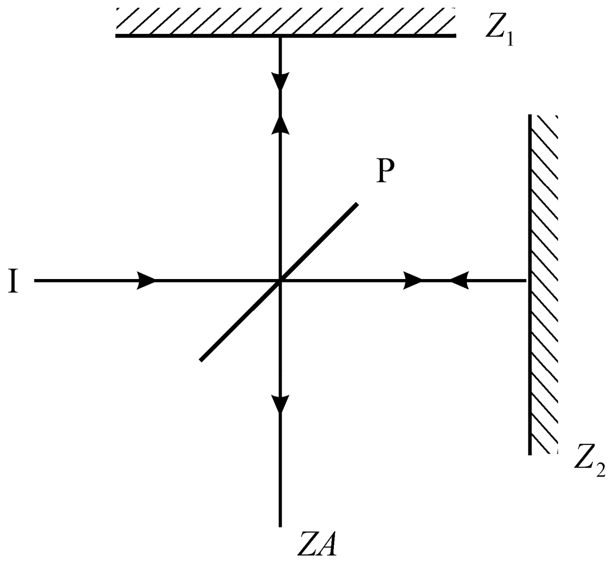

Ako $Z_2$ odmaknemo mikrometarskim vijkom za $\lambda/4$ → Snop će imati veći put za $\lambda/2$ → Destruktivna interferencija; ako $Z_2$ odmaknemo još za $\lambda/4$, nastaje svijetla figura, itd.

Mjerimo li pomake zrcala $Z_2$ mikrometarskim vijkom. → Možemo odrediti valnu duljinu svjetlosti $\lambda$.

Michelson-Morleyevo pokus (1887. god.) - Korišten kao interferometar koji bi p(d)okazao relativno gibanje Zemlje kroz pretpostavljeni eter (ili medij što miruje, kroz koji se širi svjetlost).

Kada se interferometar giba zajedno sa Zemljom u jednom pravcu (npr. od lijeva na desno, prema gornjoj slici), očekivao se pomak na figurama interferencije u jednom smjeru, a kad se interferometar zakrene za $90^{o}$, očekivao se pomak figura u protivnom smjeru (prema hipotezi etera, brzine svjetlosti bi bile različite u ta dva slučaja).

# *Michelsonov interferometar 3*




Rezultat: Nikakvog pomaka figura interferencije nije bilo; →
Zaključak: Pretpostavljeni eter ne postoji, a brzina svjetlosti ne zavisi o izboru inercijskog sustava.

Znameniti pokus s "negativnim rezultatom" uzdrmao je tadašnju fiziku i bio je uporište novoj specijalnoj teoriji relativnosti (A. Einstein, 1905. god.).