Geometrijska optika
3. dio

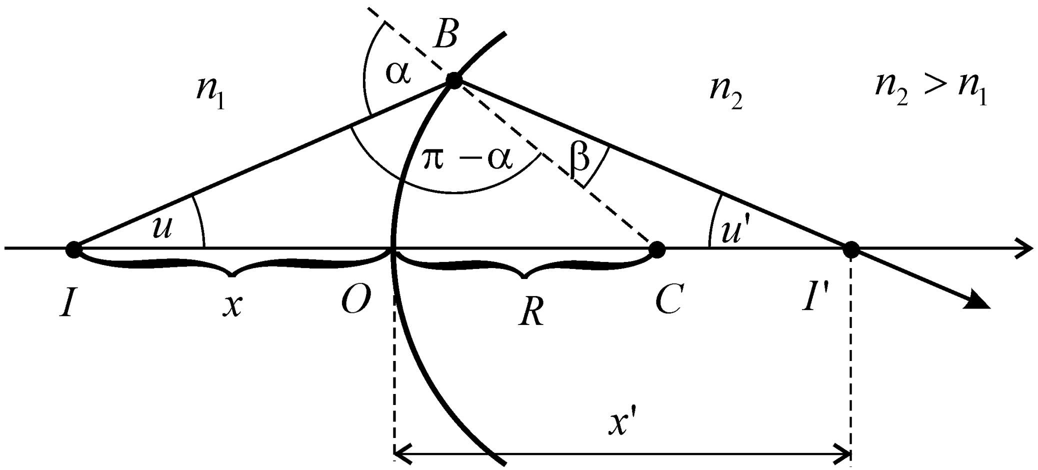
-sferni dioptar
-leće
-sferne i kromatične aberacije

Sferni dioptar

Sferni dioptar - skup dvaju homogenih izotropnih optičkih sredstava različitih indeksa loma n_1 i n_2 , rastavljenih sfernom plohom.

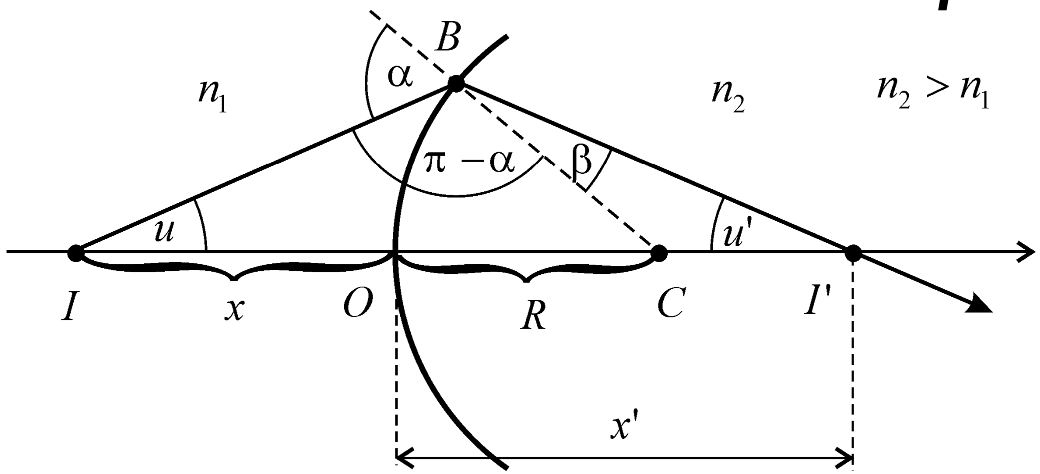
Za pozitivni smjer glavne osi uzima se smjer lomljene svjetlosti.

Ishodište apscise ***x*** je u tjemenu sfernog dioptra; izvor svjetlosti ili osvijetljeni predmet ***I*** nalazi se na položaju ***x***, a slika ***I'*** na koordinati **x'**



Zraka svjetlosti dolazi iz izvora ***I*** , lomi se na graničnoj plohi u točki ***B*** i prelazi u optički gušće sredstvo ***($n_2 > n_1$).*** U točki ***C*** je centar sfernog dioptra odnosno središte sferne plohe s radijusom ***R***.

Jednadžba sfernog dioptra



Snellov zakon za upadnu i lomljenu zraku na sfernom dioptru (točka B):

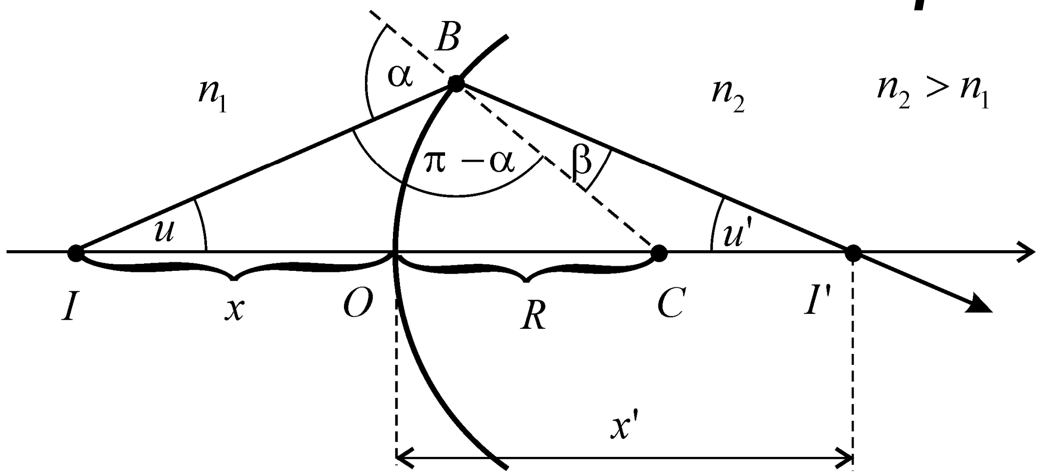
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Promatramo ***ΔIBC*** u kojemu se sinusi kutova u vrhovima ***B*** i ***I*** odnose kao nasuprotne stranice, pa vrijedi:

$$\frac{\sin(\pi-\alpha)}{\sin u} = \frac{R+(-x)}{R}$$

$$\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin\alpha}{\sin u} = \frac{R-x}{R}$$

Jednadžba sfernog dioptra 2



Trokut ***ΔIBI'*** → zbroj kutova je π, pa slijedi: $u + (\pi-\alpha) + \beta + u' = \pi$ →

$$u' = \alpha - \beta - u$$

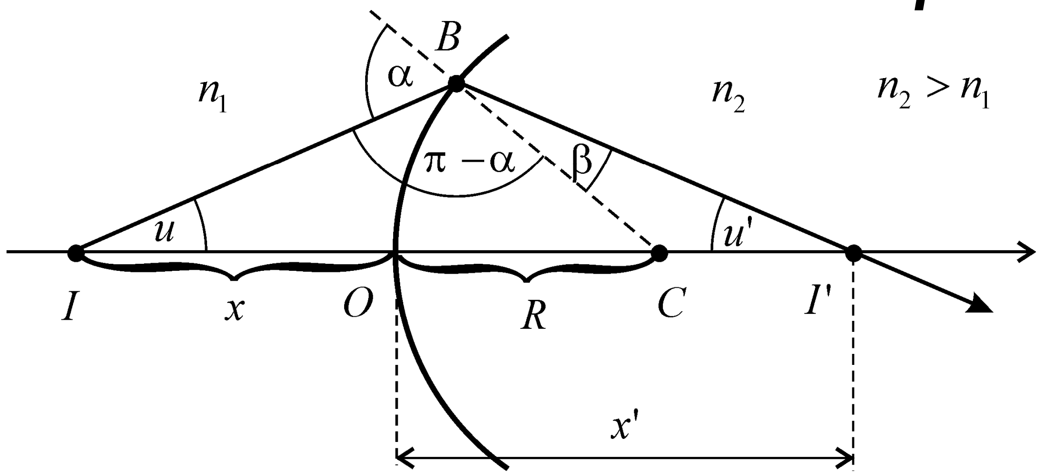
Sinusni zakon iz trokuta ΔCBI' daje:

$$\frac{\sin\beta}{\sin u'} = \frac{x' - R}{R}$$

x' (položaj slike) zavisi o ***u'*** (odnosno o ***u*** = kut upadne zrake prema glavnoj osi); ***x'*** se smanjuje kad ***u'*** raste. →

Sve zrake koje dolaze iz ***I*** ne sijeku se u jednoj točki → Pojava sferne aberacije. → Za veliku upadni kut ***u*** sferni dioptar nije stigmatičan.

Jednadžba sfernog dioptra 3



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin u} = \frac{R - x}{R}$$

$$\frac{\sin\beta}{\sin u'} = \frac{x' - R}{R} \qquad u' = \alpha - \beta - u$$

Slučaj Gaussovih aproksimacija (***u*** malen) → Zrake su približno paralelne glavnoj osi → Vrijede sljedeće aproksimacije: →

Ako je kut *u* mali onda su α i β također mali te se sinusi mogu zamijeniti pripadnim kutovima → trigonometrijske jednadžbe postaju algebarske:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{\alpha}{u} = \frac{R - x}{R} \qquad \frac{\beta}{u'} = \frac{x' - R}{R}$$

Sustav od četiri jednadžbe s četiri nepoznanice (α, β, ***u***, ***u'***):

$$\frac{n_1}{-x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Jednadžba sfernog dioptra 4

$$\frac{n_1}{-x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Jednadžba konjugacije za uski snop zraka svj. i malog otvora, odnosno malog upadnog kuta ***u*** , (postoji približna stigmatičnost za sitni (točkasti) predmet u blizini glavne osi sfernog dioptra).

Zraka koja dolazi iz predmeta beskonačno udaljenog od tjemena ($x = \infty$) siječe glavnu os u točki ***F'***, (žarište slike). → $x' = f' = Rn_2/(n_2-n_1)$

$f' = d(O, F')$ - žarišna daljina slike ili udaljenost žarišta slike od tjemena

Žarište predmeta F (točka u kojoj leži predmet čija se slika nalazi u beskonačnosti). $x' = \infty$ → $x = f = -Rn_1/(n_2-n_1)$

$f = d(O, F)$ - žarišna daljina predmeta (udaljenost žarišta predmeta od tjemena)

Žarišne daljine predmeta i slike protivnog predznaka. → $f/f' = -n_1/n_2$.

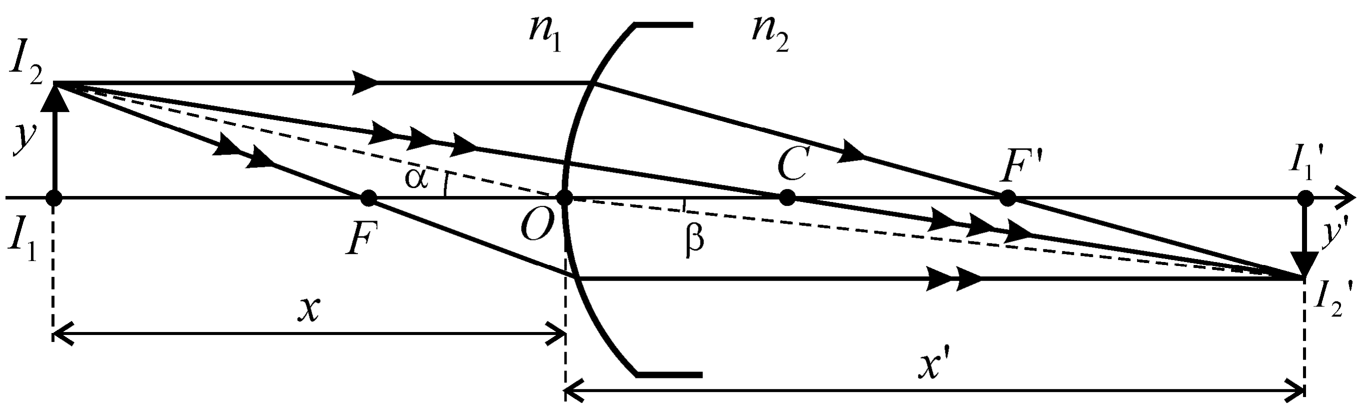
Protivan predznak za žarišne daljine kaže da su one smještene uvijek s različitih strana tjemena sfernog dioptra.

Konstrukcija slike

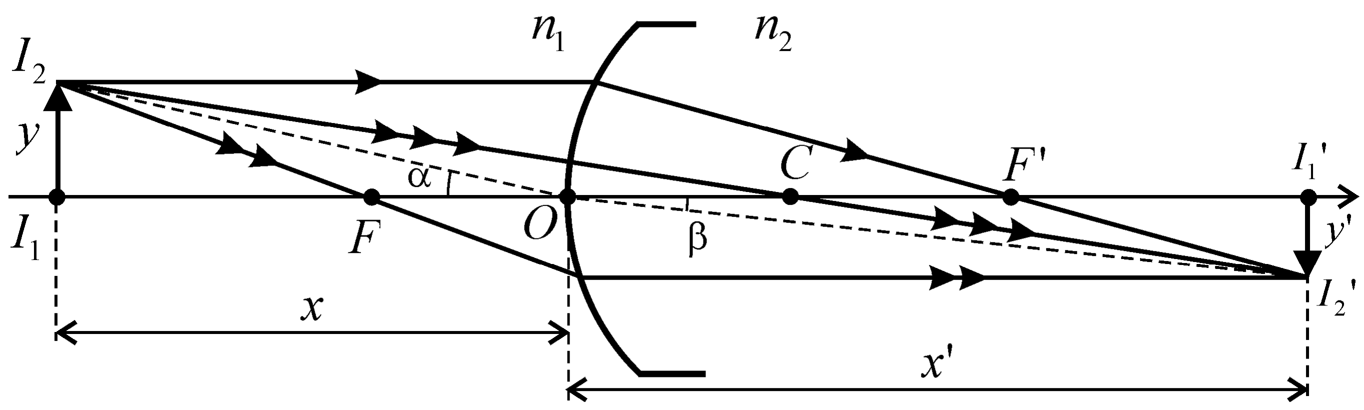
Uz Gaussove aproksimacije, konstrukciju slike za sferni dioptar izvodimo pomoću kardinalnih točaka ***F***, ***F'*** i ***C***.

Međusobni odnos indeksa loma te konkavnosti ili konveksnosti sferne plohe prema upadnoj svjetlosti moguće su 4 kombinacije:
$n_1 > n_2$, konkav.; $n_1 > n_2$, konvek.; $n_1 < n_2$, konkav.; $n_1 < n_2$, konvek

Primjer: sferni dioptar s konvek. plohom (odnos indeksa loma $n_1 < n_2$)



Konstrukcija slike 2



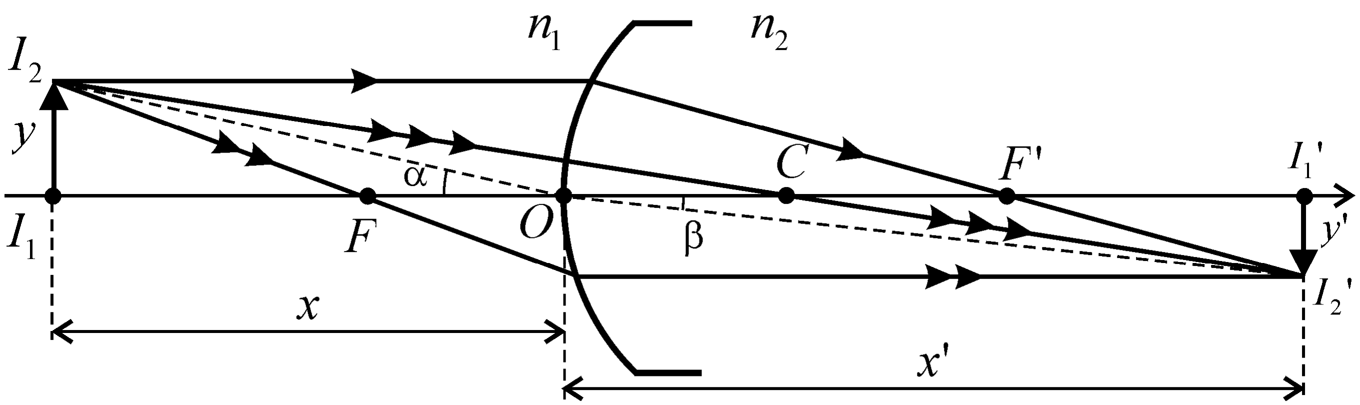
Zraka koja dolazi paralelno s glavnom osi nakon loma prolazi kroz žarište ***F'***

Zraka koja prolazi kroz žarište ***F***, nakon loma odlazi paralelno s osi.

Zraka koja prolazi kroz ***C*** prolazi kroz dioptar bez loma.

Sjecište kardinalnih zraka određuje položaj i veličinu slike.

Linearno povećanje slike



Veličina predmeta y = ? → $tg\ \alpha = y/x$

Za mali kut α upadne zrake prema osi i položaj predmeta x na osi → $tg\ \alpha = y/x$ → $tg\ \alpha \approx \alpha = y/x$ → $y = \alpha x$

Veličina slike $y' =$? Slično razmatranje → $y' = \beta x'$

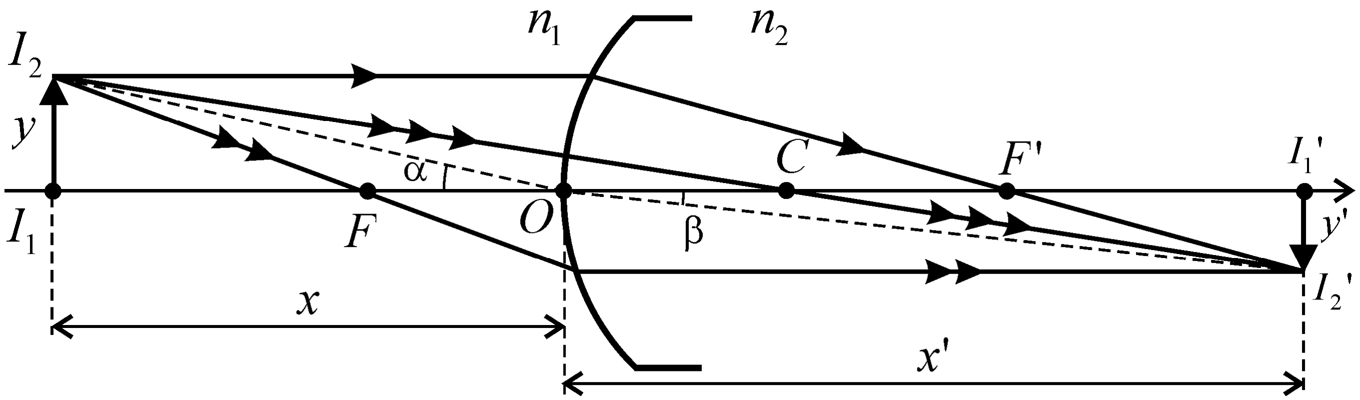
Povećanje: $$\gamma = \frac{y'}{y} = \frac{x'\beta}{x\alpha}$$

Koristimo Snellov zakon loma u kojemu aproksimiramo sinuse kutova s pripadnim malim kutovima: →

$$\frac{\alpha}{\beta} \approx \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow \quad \gamma = \frac{n_1 x'}{n_2 x}$$

Linearno povećanje slike 2



$$\gamma = \frac{n_1 x'}{n_2 x}$$

Slika → Koordinate predmeta i slike protivnog predznaka (***x < 0 ; x' > 0***).
→ Povećanje negativno. Slika je realna i obrnuta.

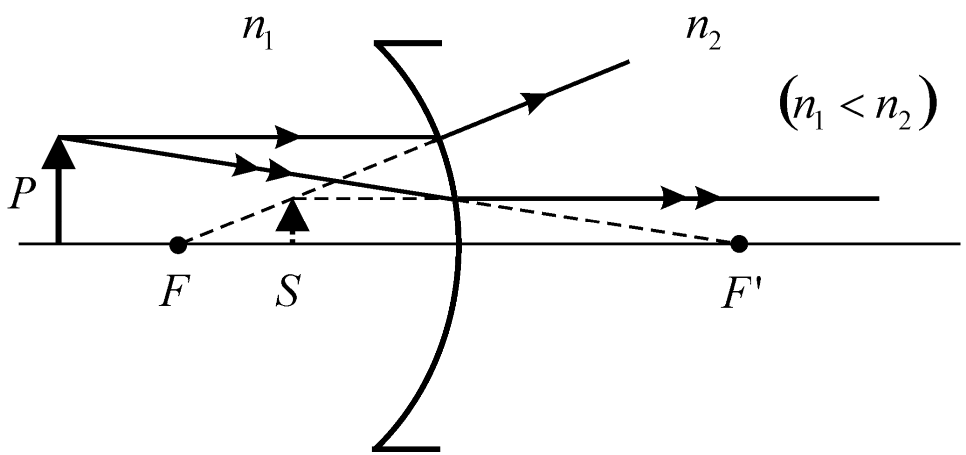
Kako dobiti uspravnu sliku?

Postavimo predmet tako da su slika i predmet u istom sredstvu, tj. tako da su ***x*** i ***x'*** istog predznaka.

Primjer: Slučaj konkavnog sfernog dioptra, za prijelaz svjetlosti iz zraka u vodu (***$n_2/n_1 = 4/3$***),

Linearno povećanje slike 3

Primjer: Slučaj konkavnog sfernog dioptra, za prijelaz svjetlosti iz zraka u vodu (***n_2/n_1 = 4/3***),



→ Realni predmet daje uspravnu virtualnu sliku.

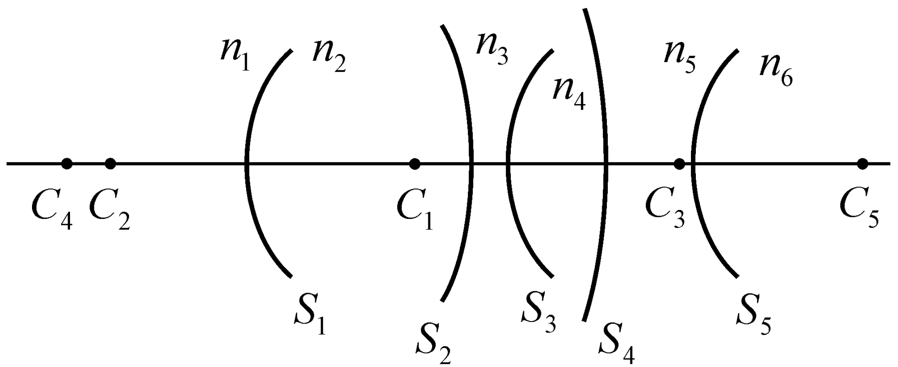
Sustav sfernih dioptara

- Skup homogenih izotropnih dioptara kojima centri leže na istom pravcu, osi rotacijske simetrije sustava.

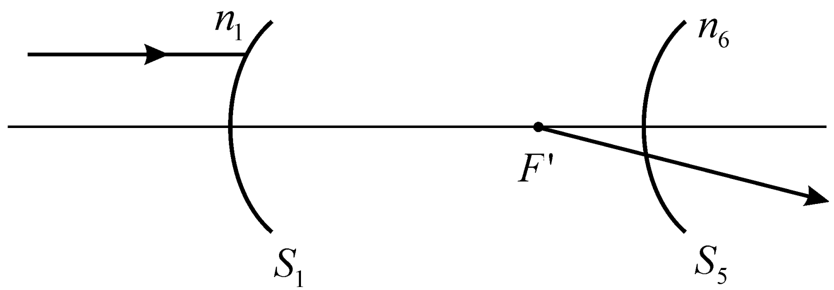
Ravni dioptar - Sferni dioptar sa središtem u beskonačnosti.

Takve sustave zovemo centrirani (optički) sustavi.

Primejr: Sustav od pet centriranih sfernih dioptara (s centrima ***C***, sfernim plohama ***S*** i sredstvima indeksa loma ***n***)



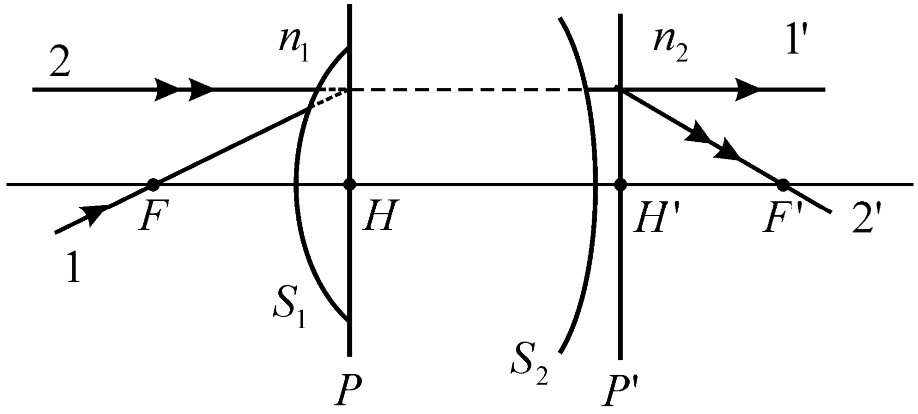
Za točkasti predmet (na glavnoj osi beskonačno daleko). → Svaki sferni dioptar daje sliku na glavnoj osi u točki koja je žarište slike.



→ Cijelom centriranom sustavu pripada neko žarište slike i žarište predmeta (mogu biti realna i virtualna. ***F'*** = virtualno žarište slike (za dani centrirani sustav).

Sustav sfernih dioptara 2

Promatramo centrirani sustav s dvije sferne plohe:



U produžetku zraka koje dolaze iz žarišta ***F*** i izlaze paralelno s glavnom osi nastaju sjecišta, točke, koje leže u jednoj plohi (što je ravnina za paraksijalne zrake), a ona se naziva ***prvom glavnom ravninom*** (***P***).

Drugu glavnu ravninu (***P'***) čine točke u kojima se sijeku produžetci zraka, što dolaze paralelno s glavnom osi i nakon izlaska iz centriranog sustava prolaze kroz žarište ***F '***.

Glavne točke centriranog sustava (***H*** i ***H'***) - Točke u kojima glavne ravnine sijeku glavnu os.

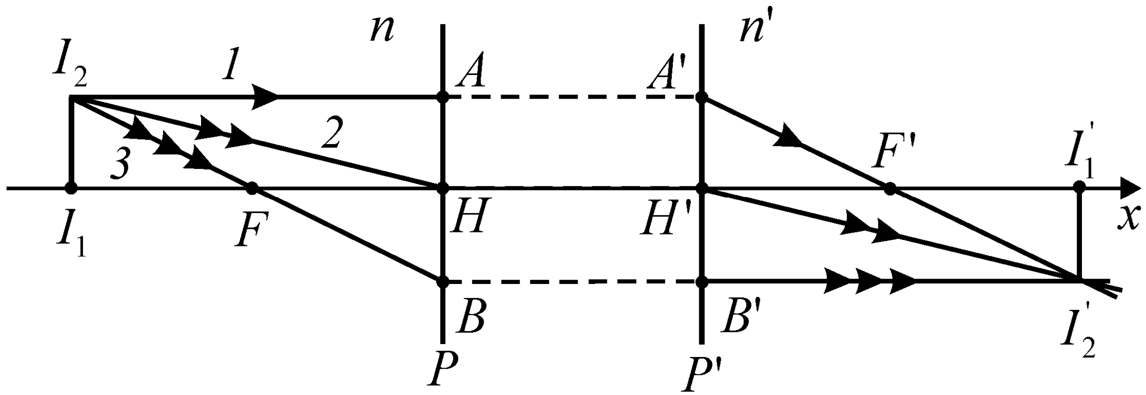
Sustav sfernih dioptara 3

Konstrukcija slike kod centriranog sustava s dvije sferne plohe?

Leća = Centrirani sustav s dvije sferne plohe (s jednim homogenim sredstvom), tj sustav od dva sferna dioptra.

Debela (složena) leća = Centrirani sustav s više od dvije sferne plohe.

Slika? Dovoljno je koristiti glavne ravnine (bez konstrukcije sfernih ploha), odnosno kardinalne točke u koje se ubrajaju žarišta slike i predmeta (***F***, ***F'***) te glavne točke sustava (***H, H'***).

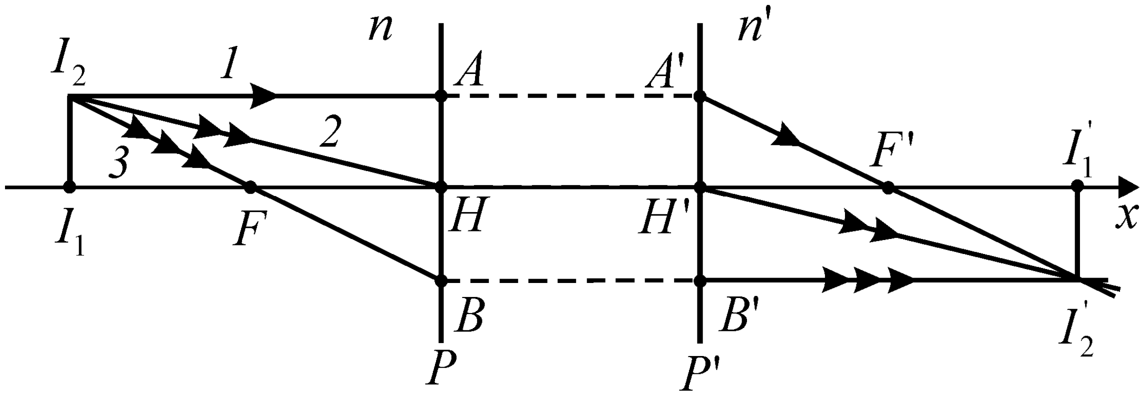


$$f = \overline{HF}$$

$$f' = \overline{H'F'}$$

Žarišne daljine

Sustav sfernih dioptara 4



Karakteristične zrake:

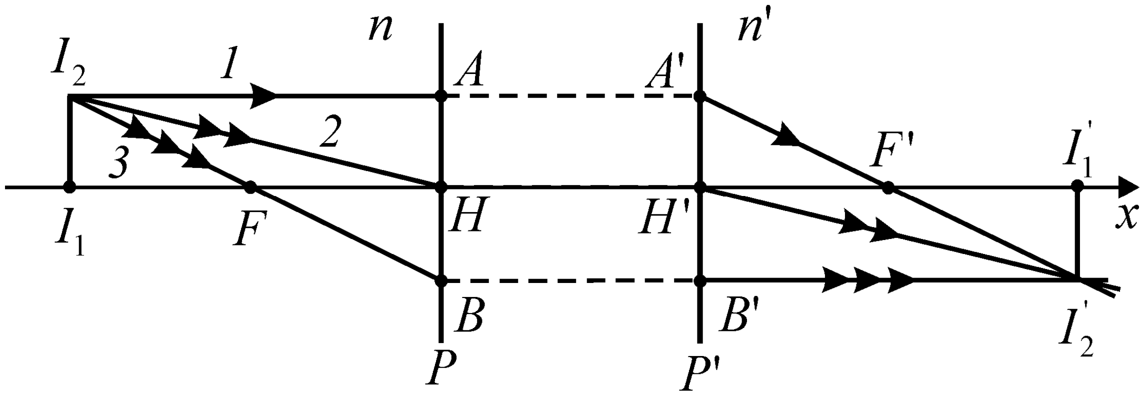
Prva zraka (1) je paralelna s glavnom osi, lomi se u drugoj glavnoj ravnini (P') i siječe os u žarištu slike F'.

Druga zraka (2) siječe os u prvoj glavnoj ravnini u glavnoj točki H te izlazi iz druge glavne ravnine, tj. iz točke H', usporedo s pravcem upadne zrake i u sjecištu s prvom izlaznom zrakom određuje položaj slike I_2'.

Treća karakteristična zraka (3) siječe glavnu os u žarištu predmeta (F), lomi se u prvoj glavnoj ravnini (P) i izlazi iz druge glavne ravnine usporedo s glavnom osi te siječe prve dvije zrake također u točki I_2'.

Za konstrukciju slike dovoljno je koristiti dvije od karakterističnih zraka.

Sustav sfernih dioptara 5



Jednadžba konjugacije:

Uvodimo oznake:

$$y = \overline{I_1 I_2} \qquad y' = \overline{I_1' I_2'} \qquad x = \overline{H I_1} \qquad x' = \overline{H' I_1'}$$

Suglasnost trokuta: $\Delta I_2 AB \cong \Delta FHB$ Jer je $y > 0$, $y' < 0$

$\Rightarrow$ $y'/f = (y' - y)/x$ $\Rightarrow$ $y'/(y' - y) = f/x$

Slično, sukladnosti trokuta: $\Delta A'H'F' \cong \Delta A'B'I_2'$ $\Rightarrow$

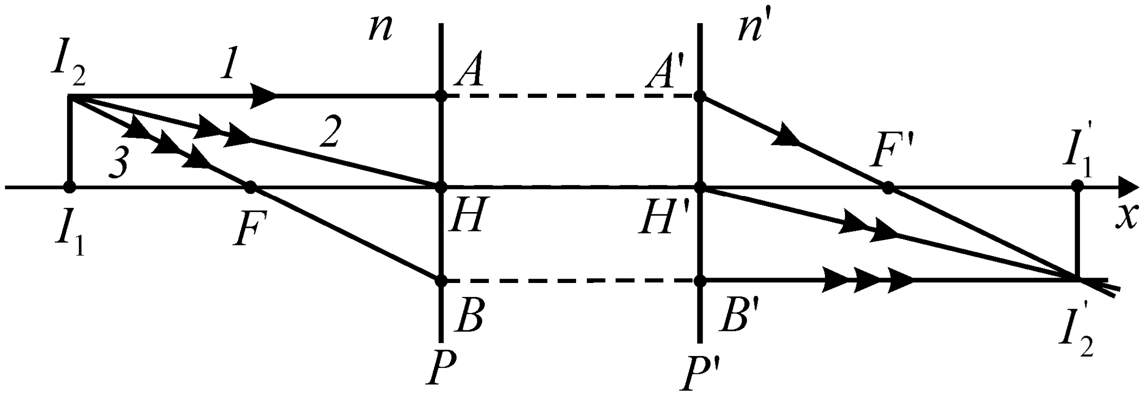
$y/f' = (y - y')/x'$ $\Rightarrow$ $-y/(y' - y) = f'/x'$

Zbrojimo:

$\Rightarrow$ $$\frac{f'}{x'} + \frac{f}{x} = 1$$

Jednadžba konjugacije za paraksijalne zrake za sustav 2 centrirana sferna dioptra (leća).

Sustav sfernih dioptara 6



Jednadžba konjugacije:

$$\frac{f'}{x'}+\frac{f}{x}=1$$

Poseban slučaj:

Oba krajnja sredstva su jednaka, tj. $\boldsymbol{n = n'}$, → $\boldsymbol{f = - f'}$

Uvedemo oznaku za žarišnu daljinu slike $\boldsymbol{f' = \varphi}$. ⇨

$$-\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{\varphi}$$

Povećanje? Podijelimo relacije:

$$y'/(y'-y)= f/x$$

$$-y/(y'-y) = f'/x'$$

⇨

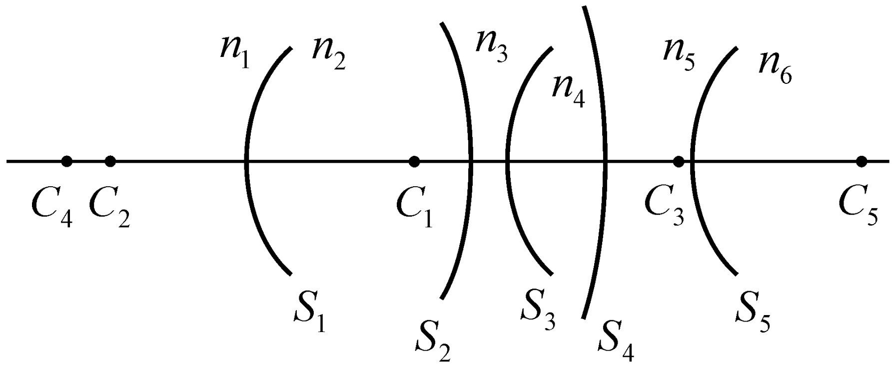
$$\frac{y'}{y}=\gamma=\frac{-fx'}{f'x}$$

Koristimo relaciju za odnos žarišnih daljina slike i predmeta za sferni dioptar (vrijedi i za sustav): $\boldsymbol{f'/f = - n'/n}$

⇨ $$\gamma=\frac{n\,x'}{n'x}$$ ⇨ $$\gamma=\frac{x'}{x}$$

Kada je $\boldsymbol{n = n'}$.

Sustav sfernih dioptara 7 - zaključak



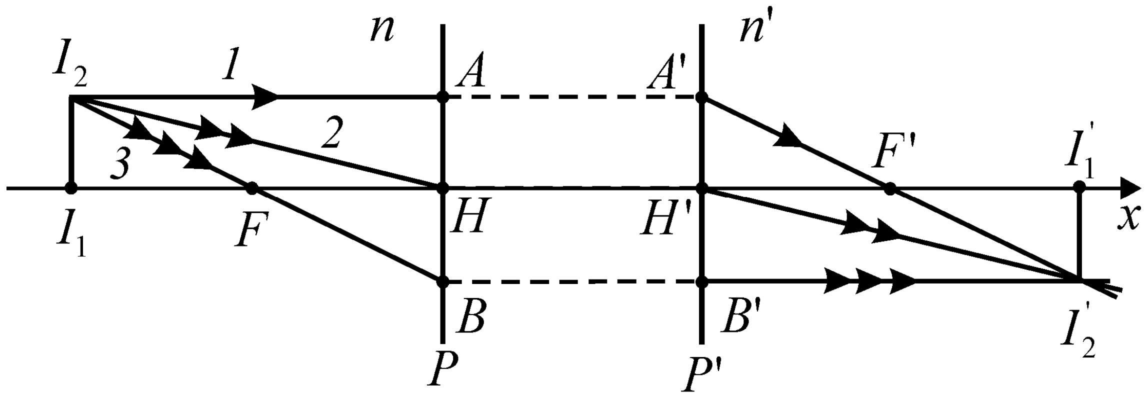
Centrirani sferni sustavi → Sustav je potpuno određen ako su poznate apscise centara (C_1, C_2, …, C_n) i radijusi sfernih dioptara (R_1, R_2, …, R_n), kao i indeksi loma (n_1, n_2, …, n_k).

Uz Gaussove aproksimacije, određeni su položaji kardinalnih točaka. U traženju tih točaka važno je odrediti žarišta i položaje dviju konjugiranih točaka (položaja predmeta i slike), što se izvodi konstrukcijom hoda zrake u sustavu uz primjenu Snellovog zakona loma ili sukcesivnom primjenom jednadžbe konjugacije redom za sferne dioptre.

Još jedan način određivanja žarišta i položaja slike je eksperimentalan.

Sustav sfernih dioptara 7 - zaključak 2

Obratno: Kada se poznaju položaji žarišta i slike, položaj glavnih ravnina se dobije postupkom koji je obrnut postupku dobivanja slike. Primjerice, kad su poznati položaji F, F' , I_1I_2, $I_1'I_2'$.

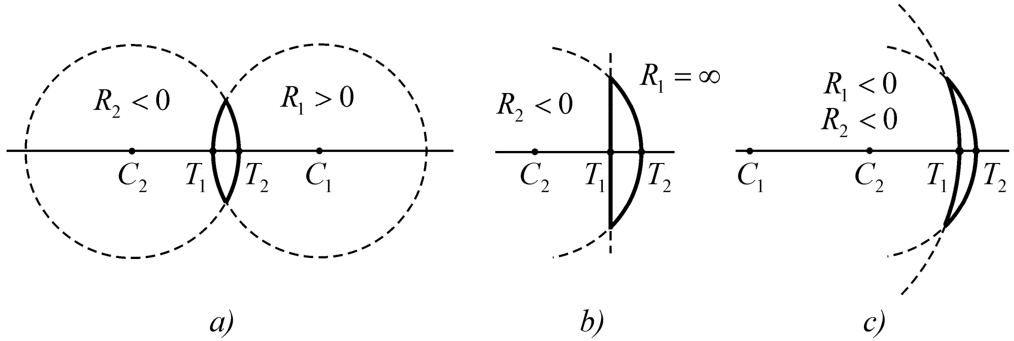


Geometrijski vučemo paralelu iz I_2' i u njenom sjecištu sa zrakom I_2F leži glavna ravnina P; slično određujemo položaj ravnine P' koja leži u sjecištu paralele iz I_2 i zrake $I_2'F'$; tada su određene i glavne točke sustava (H, H').

Leće

Jednostavna) leća - centrirani sustav samo s dvije dioptrijske plohe (gdje jedna ploha može biti ravnina).

Podjela: leće tankog ruba i leće debelog ruba

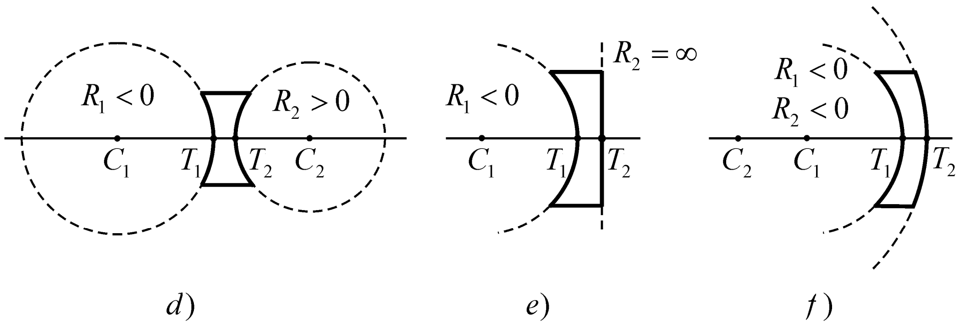


Leće tankog ruba:

a) bikonveksna,

b) plankonveksna

c) konkavkonveksna (meniskus)



Leće debelog ruba:

d) bikonkavna,

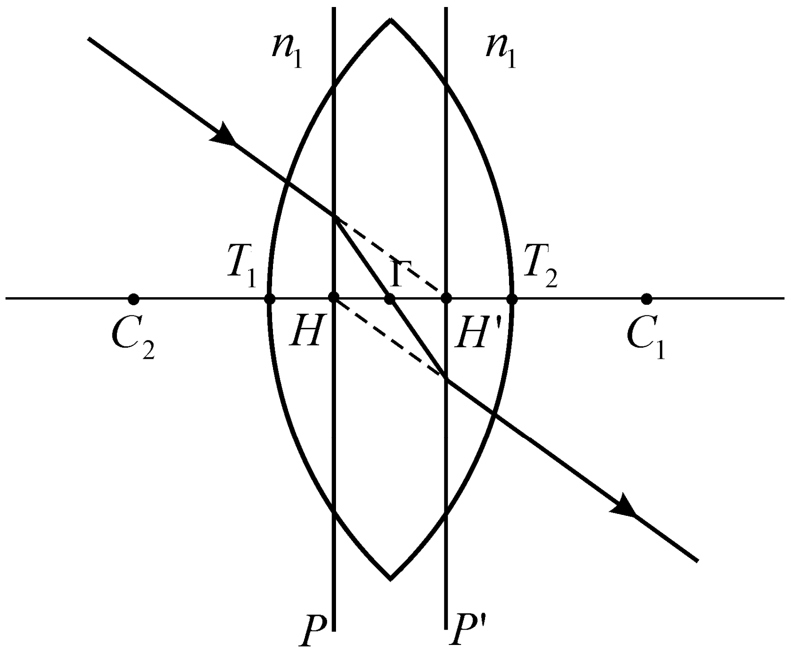
e) plakonkavna

f) konkavkonveksna leća

Leće 2

Praksa: Uglavnom staklene leće (***$n_2 \approx 3/2$***) u zraku (***$n_1 \approx 1$***).

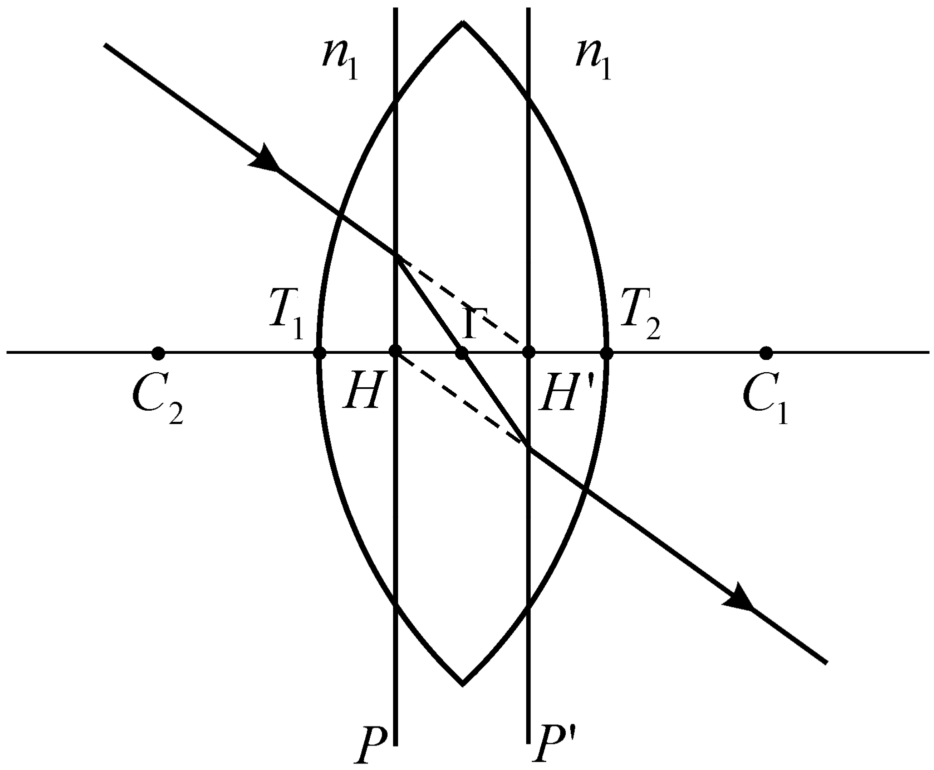
Optički centar (Γ) = Točka u kojoj zraka pri prolazu kroz leću siječe glavnu os tako da je izlazna zraka (nakon dva loma) paralelna upadnoj zraci.



Kardinalne točke leće:
- centri sfera (***C1***, ***C2***)
- tjemena (***T1***, ***T_2***)
- optički centar (***Γ***)

Leće 3

Optički centar (Γ) dijeli debljinu leće (udaljenost između tjemena T_1 i T_2) u omjeru radijusa njenih ploha, tj. vrijedi odnos $\boldsymbol{R_1/R_2 = \Gamma T_1/ \Gamma T_2}$ (bez dokaza - dokaz iz sličnosti trokuta s vrhom u Γ)

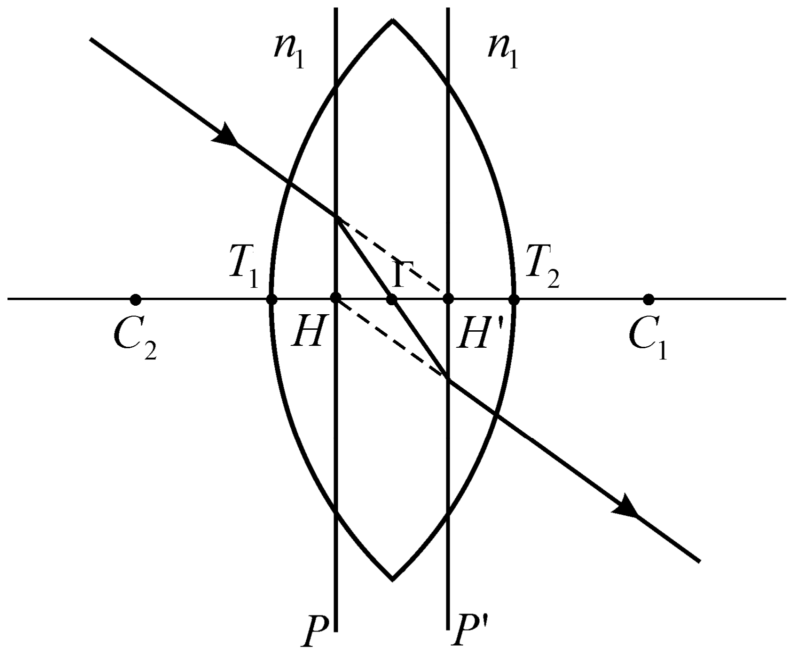


Poseban slučaj: Polumjeri ploha leće jednaki po iznosu. → Optički centar Γ je identičan centru simetrije leće, tj. za $R_1 = - R_2$ → $\boldsymbol{\Gamma T_1 = - \Gamma T_2}$

Općenito: Određivanje optičkog centra leće omogućuje relacija $\boldsymbol{R_1/R_2 = \Gamma T_1/ \Gamma T_2}$

Leće 4

Druge kardinalne točke? (Neka su krajnja sredstva leće jednaka, tj. n = n'.)



Produžetci upadne i izlazne zrake, koja prolazi kroz **Γ**, sijeku glavnu os u glavnim točkama ***H*** i ***H'***.

Žarišta leće? → Primjenom jednadžbe konjugacije redom za sferne dioptre:

Slika predmeta iz beskonačnosti nakon prolaska kroz prvi sferni dioptar.

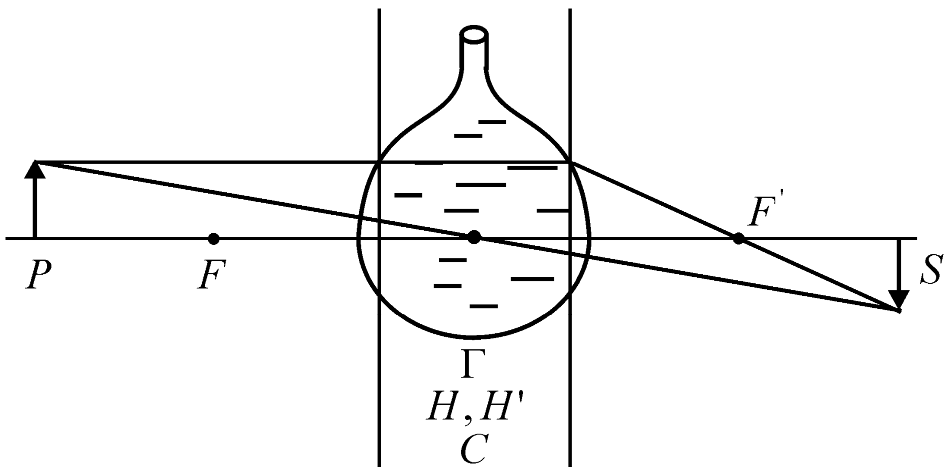
Ta slika → Predmet za drugi sferni dioptar; → Traži se položaj slike tog drugog sfernog dioptra i ta konačna slika jest na položaju žarišta ***F'.***

Obrnuvši smjer svjetlosti, na isti način nalazimo točku ***F***. (Oba su fokusa ekvivalentna, a o smjeru upadne zrake ovisi koju ćemo točku nazivati žarištem predmeta ili slike.)

Konstrukcija slike za dani (transverzalni) predmet kod leće. → Pomoću kardinalnih točaka i glavnih ravnina (dovoljno 2 karakteristične zrake).

Leće 5

Pokus: Stakleni balon ili tikvicu napunimo vodom; s dvije uske dijafragme ograničimo uski snop svjetlosti, pa dana leća kugla daje za osvijetljeni predmet prihvatljivu sliku.(Leća kugla, dioptrijske plohe su dio jedne iste kugle. → Radijusi ploha jednaki. → Optički centar leži u centru kugle.)

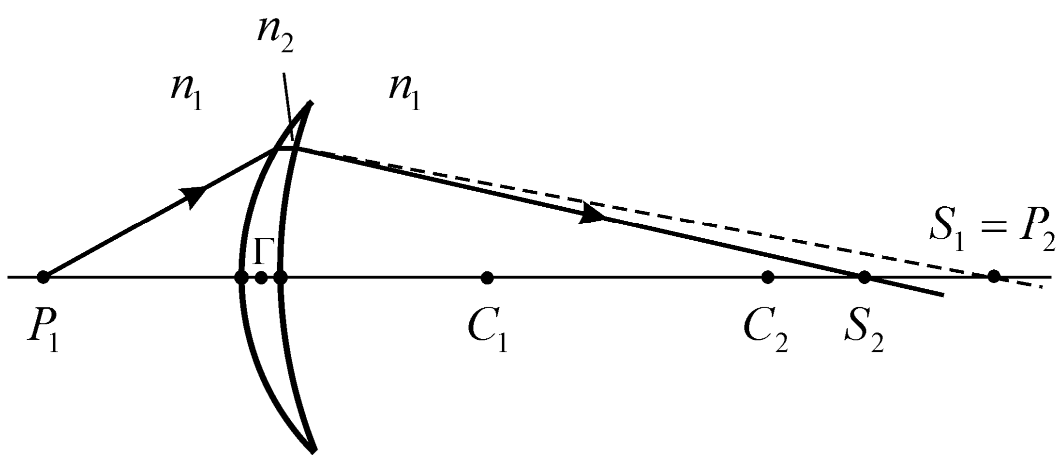


Tanke leće

Leće kod kojih možemo zanemariti međusobnu udaljenost tjemena sfernih ploha s obzirom na radijus zakrivljenosti tih ploha.

Pretpostavlja se da tjemena sfernih dioptrijskih ploha padaju zajedno u jednu točku, a tu se nalaze i kardinalne točke, osim žarišta

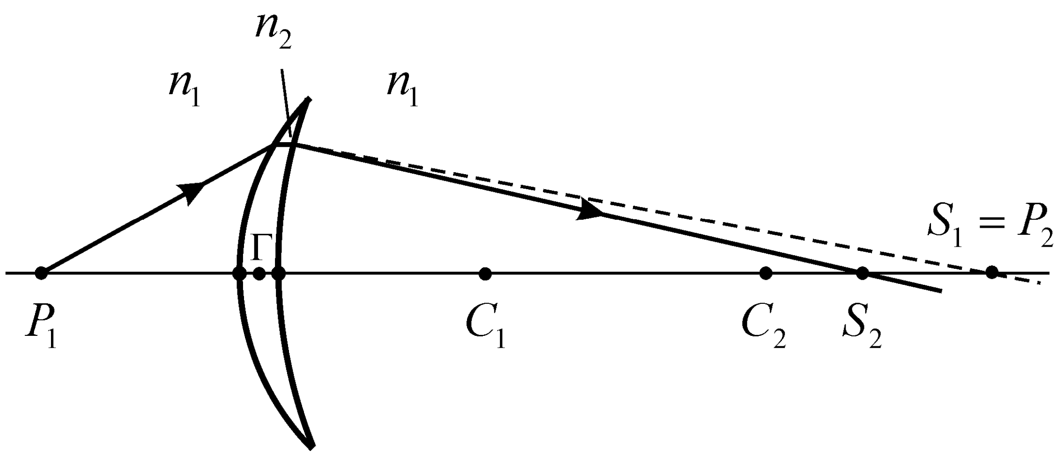
Primjer: Položaj predmeta (P_1) i slike (S_1) za prvi sferni dioptar (prema zakonu loma) te (virtualnog) predmeta (P_2=S_1) i slike(S_2) za drugi sferni dioptar leće (koja daje sliku (S_2) za predmet (P_1)).



Jednadžba konjugacije za tanku leću

Za sferni dioptar smo našli:

$$\frac{n_1}{-x}+\frac{n_2}{x'}=\frac{n_2-n_1}{R}$$



Kod nas:

Prvi sferni dioptar: Apscisa predmeta ***x = (ΓP$_1$)*** i apscisa slike ***x_1' (ΓS$_1$).***

Drugi sferni dioptar: apscisa (virtualnog) predmeta ***x_1'*** ($P_2 = S_1$) i apscisa slike ***x' =(ΓS$_2$)*** →

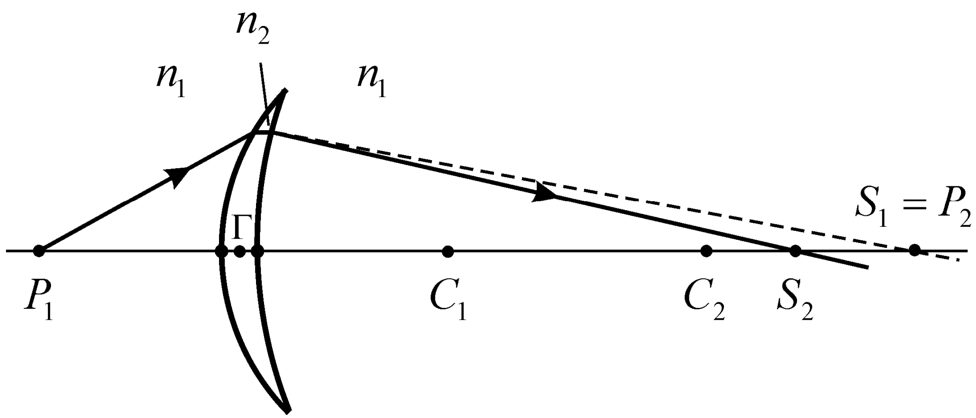
$$\frac{n_1}{-x}+\frac{n_2}{x_1'}=\frac{n_2-n_1}{R_1} \qquad \frac{n_2}{-x_1'}+\frac{n_1}{x'}=\frac{n_1-n_2}{R_2}$$

Nakon zbrajanja i uređenja: ⇨

$$\frac{1}{-x}+\frac{1}{x'}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Jednadžba konjugacije za tanku leću 2

$$\frac{1}{-x}+\frac{1}{x'}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$



Za predmet u beskonačnosti →
Slika pada u fokus. →

$$\frac{1}{\infty}+\frac{1}{\varphi}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\varphi}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow$$

Jednadžba konjugacije se može pisati u obliku koji se naziva i Gaussov oblik jednadžbe leće:

$$\frac{1}{-x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{\varphi}$$

Jakost leće

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad \frac{1}{-x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\varphi}$$

Jakost ili konvergencija leće (***j***) jednaka je recipročnoj vrijednosti žarišne daljine slike, tj.:

$$j = \frac{1}{\varphi} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Kako je za žarišnu daljinu jedinica (***m***) u MS → jedinica za jakost leće je (***j***) = (m^{-1}), što se naziva i ***dioptrija*** (uz dopuštenu oznaku ***dpt***).

Za konvergentne leće je $j > 0$, a za divergentne leće je jakost $j < 0$.

Jakost leće 2

Primjer: Plohe tanke bikonveksne leće imaju jednake radijuse zakrivljenosti od 0,6 m, dok staklo leće ima indeks loma 1,5. Na kojoj su udaljenosti od leće realni predmet i slika kada je slika po veličini jednaka predmetu?

$R_1 = 0,6\ m$

$R_2 = -\ 0,6\ m$

$n_2 = 1,5$

$n_1 = 1$

$\gamma = -1$

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1,5-1}{1}\left(\frac{1}{0,6} - \frac{1}{-0,6}\right) = \frac{1}{0,6}$$

$$\gamma = \frac{x'}{x} = -1 \Rightarrow x' = -x \Rightarrow$$

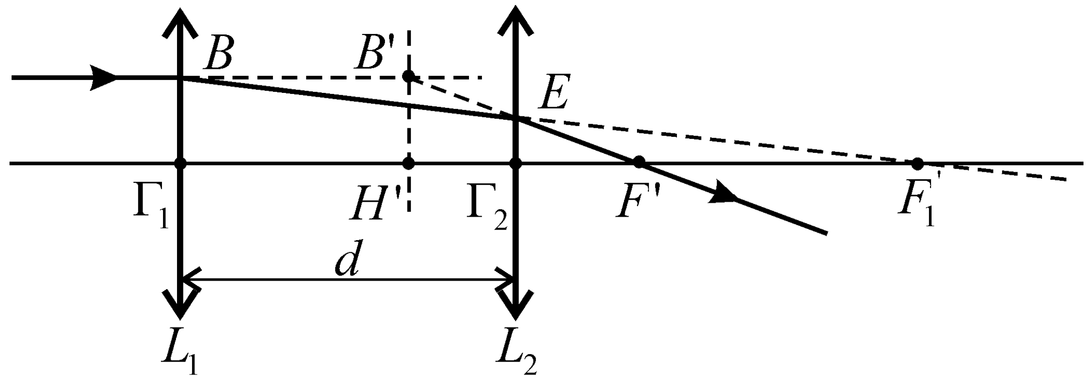
$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\varphi} \Rightarrow \frac{1}{x'} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\varphi} \Rightarrow \frac{2}{x'} = \frac{1}{\varphi}$$

$$\Rightarrow x' = 2\varphi = -x \Rightarrow x' = -x = 1,2m$$

Praksa: Leća radi u Gaussovim aproksimacijama kad je njen dijametar desetak puta manji od udaljenosti ***x*** ili ***x'*** (uzima se manja od njih).

Sustav tankih leća

Promatramo centrirani sustav od dvije jednostavne leće koje su međusobno udaljene za ***d***, što je tzv. dublet.

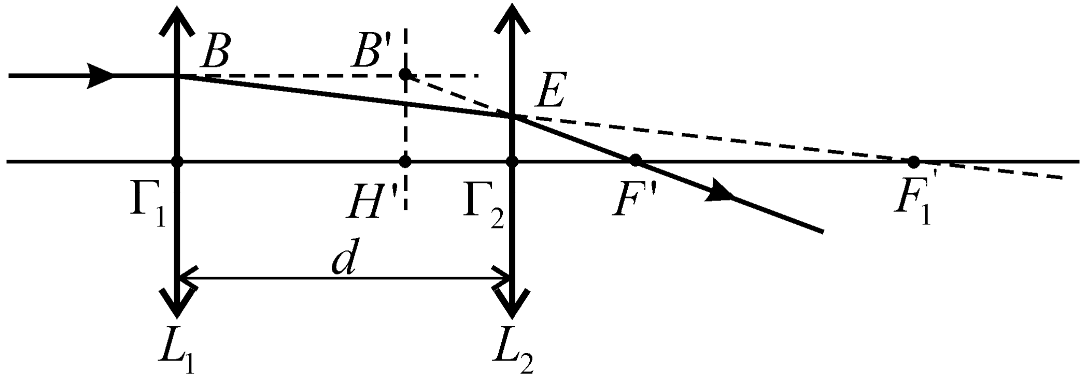


Promatramo zraku koja pada usporedo s osi sustava na prvu konvergentnu leću L_1. → lomi se → pada na drugu pozitivnu leću L_2 → lomi se i onda siječe os u točki F' (žarište sustava leća)

U produžetku zrake koja upada na L_1 i zrake koja izlazi iz L_2 nalazi se (virtualno) sjecište (B') što leži u glavnoj ravnini okomitoj na os sustava.

Produžetak zrake iz točke ***E*** siječe os u točki F_1' (žarište slike prve leće).

Sustav tankih leća 2



Promatramo slične trokute $\Delta\Gamma_1 F_1{}'B$ i $\Delta\Gamma_2 F_1{}'E$:

$$\frac{\Gamma_1 B}{\Gamma_1 F_1{}'} = \frac{\Gamma_2 E}{\Gamma_2 F_1{}'}$$

Promatramo slične trokute $\Delta H'F'B'$ i $\Delta\Gamma_2 F'E$:

$$\frac{H'B'}{H'F'} = \frac{\Gamma_2 E}{\Gamma_2 F'}$$

$$\frac{\dfrac{\Gamma_1 B}{\Gamma_1 F_1{}'}}{\dfrac{H'B'}{H'F'}} = \frac{\dfrac{\Gamma_2 E}{\Gamma_2 F_1{}'}}{\dfrac{\Gamma_2 E}{\Gamma_2 F'}}$$

Uz oznake:

$$\Gamma_1 B = H'B'$$

$$H'F' = \Phi$$

$$\Gamma_1 F_1{}' = \varphi_1$$

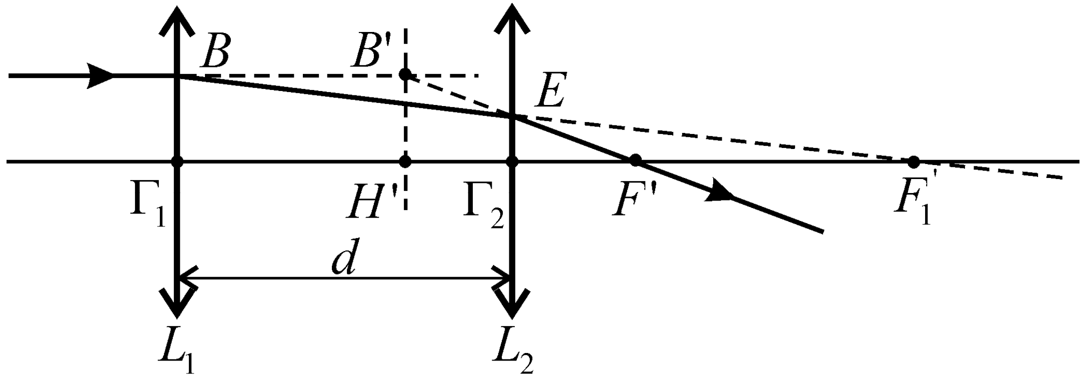
$$\Gamma_1 \Gamma_2 = d$$

$$\Gamma_2 F_1{}' = \varphi_1 - d$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dfrac{\cancel{H'B'}}{\varphi_1}}{\dfrac{\cancel{H'B'}}{\Phi}} = \frac{\dfrac{\cancel{\Gamma_2 E}}{\varphi_1 - d}}{\dfrac{\cancel{\Gamma_2 E}}{\Gamma_2 F'}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Phi}{\varphi_1} = \frac{\Gamma_2 F'}{\varphi_1 - d}$$

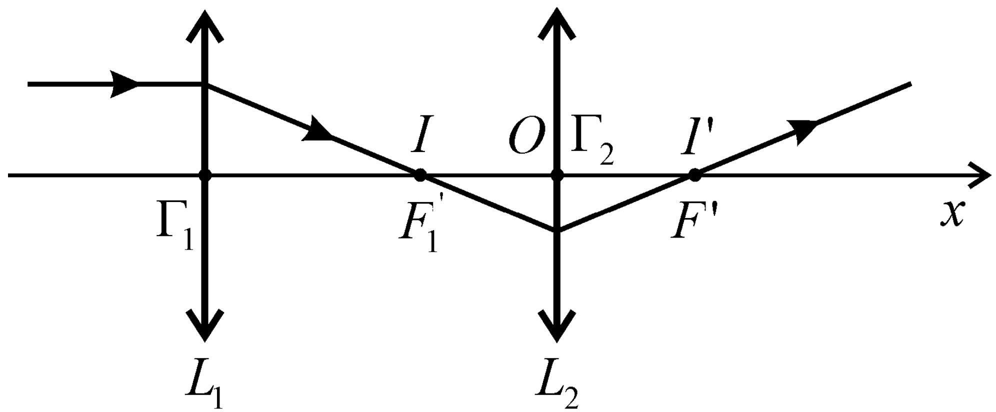
Sustav tankih leća 3



$$\frac{\Phi}{\varphi_1} = \frac{\Gamma_2 F'}{\varphi_1 - d}$$

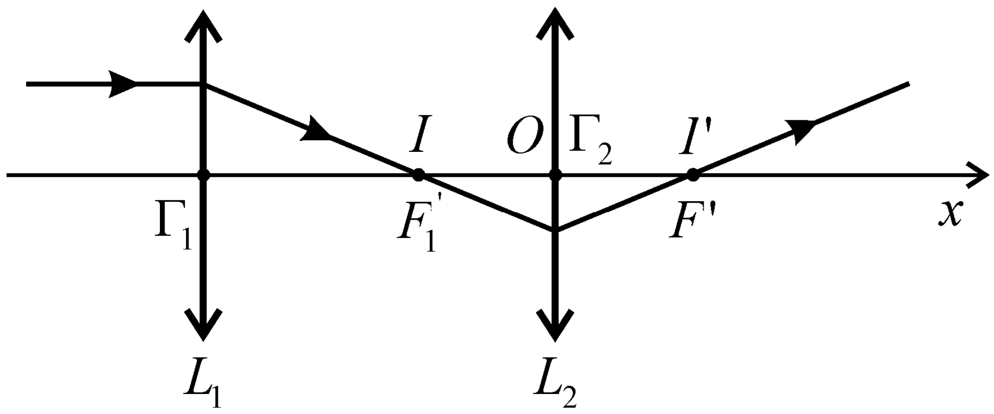
$$\frac{\varphi_1}{\Phi} = \frac{\varphi_1 - d}{\Gamma_2 F'}$$

Dužina $\Gamma_2 F'$ = ? → Pomoću parametara sustava (žarišne daljine i dr.) u posebnom slučaju prolaza upadne zrake kroz sustav dviju leća, npr.



Upadna zraka dolazi paralelno s osi na leću L_1, lomi se i siječe os u točki F_1' (žarište slike za L_1), zatim se lomi na leći L_2 (u čijem optičkom centru je smješteno ishodište O) i onda siječe os u točki F' (žarište slike sustava leća).

Sustav tankih leća 4



$$\frac{\varphi_1}{\Phi} = \frac{\varphi_1 - d}{\Gamma_2 F'}$$

Što daje jednadžba konjugacije za drugu leću?

$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\varphi_2}$$

Neka je ***F₁'*** predmet (***I***) za ***L₂*** → ***F'*** = položaj slike (***I'***) tog predmeta →

$$\Gamma_1 F_1' = \varphi_1$$

$$\Gamma_2 F_2' = \varphi_2$$

$$x = -\left(d - \varphi_1\right)$$

$$x' = \Gamma_2 F'$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{d - \varphi_1} + \frac{1}{\Gamma_2 F'} = \frac{1}{\varphi_2} \quad \Rightarrow \quad \Gamma_2 F' = \frac{\varphi_2(\varphi_1 - d)}{\varphi_1 + \varphi_2 - d}$$

$$\Rightarrow \quad \Phi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - d}$$

Žarišna daljina slike sustava.

Sustav tankih leća 5

Uvedemo li jakost sustava leća $J = 1/\Phi$ →

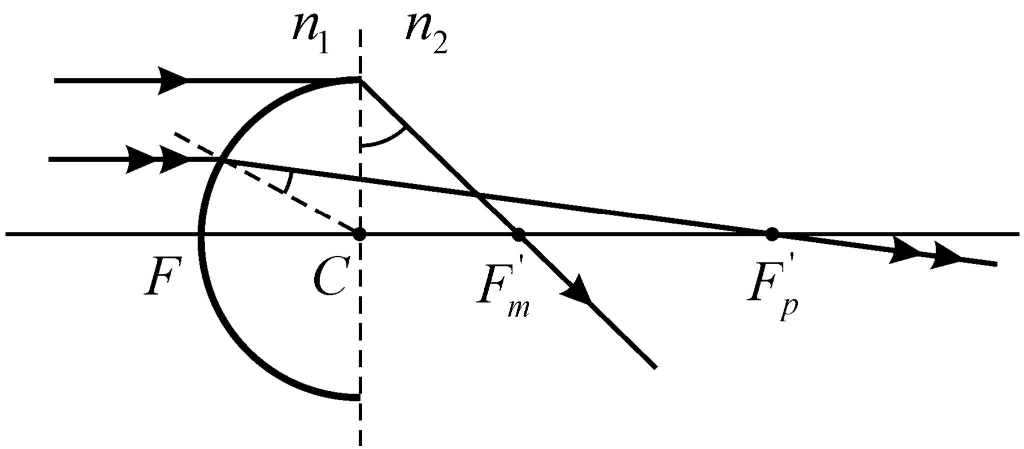
$$J = \frac{1}{\Phi} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - d}{\varphi_1 \varphi_2} \Longrightarrow J = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} - \frac{d}{\varphi_1 \varphi_2} \Longrightarrow J = j_1 + j_2 - j_1 j_2 d$$

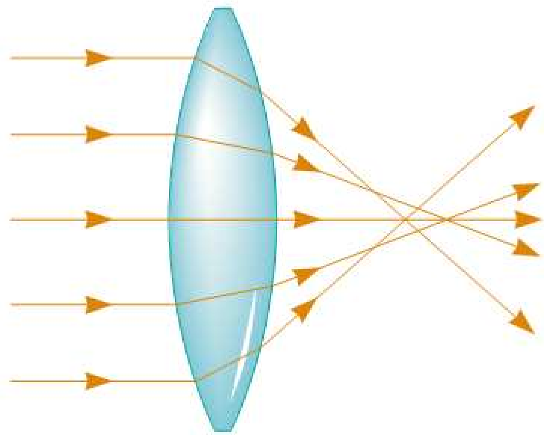
Ako se dvije tanke leće dodiruju (slučaj tankog dubleta). → Udaljenost je ***d = 0*** → Jakost sustava odgovara zbroju jakosti pojedinih leća, ili:

$$J = j_1 + j_2$$

Sferne aberacije

Na konveksni sferni dioptar upada snop monokromatskih zraka usporedo s glavnom osi. → Snellov zakon loma. → Zrake se lome pod graničnim kutom loma i sijeku os sustava u žarištu marginalnih (rubnih) zraka (***F_m'***)





Paraksijalne zrake (blizu osi sustava) lome se također po zakonu loma, ali sijeku os u žarištu paraksijalnih zraka (***F_p'***), koje je odmaknuto od žarišta marginalnih zraka i ima veću žarišnu daljinu.

→ Sferni dioptar je astigmatičan.

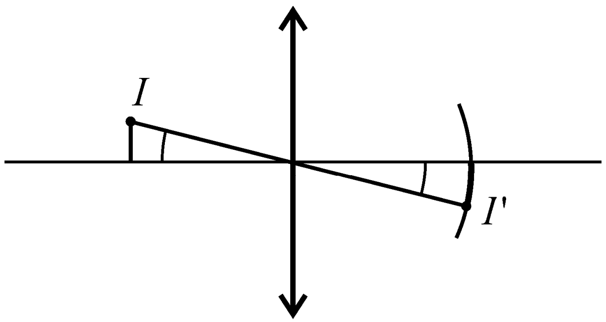
Pomak žarišta, tj. dužina ***$F_m'F_p'$*** longitudinalna je mjera sferne aberacije ili pogrješke sfernog dioptra.

Sferne aberacije 2

Leće - Također sferne aberacije tako da marginalne zrake, koje dolaze usporedo s osi, nakon loma na konvergentnoj leći, sijeku os bliže leći (ili, paraksijalne zrake imaju veću žarišnu daljinu slike).

Pokus:
Ispred leće postavimo dijafragmu. (Samo sa središnjim otvorom, te u drugom slučaju s dva dijametralna otvora uz rub dijafragme.)

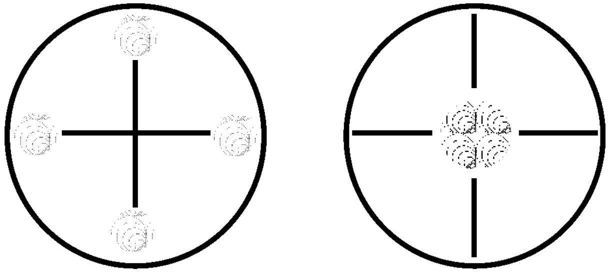
Gaussove aproksimacije? Samo vrlo sitni ravni predmeti na glavnoj osi daju ravnu sliku. Inače se ne dobije oštra slika zbog sfernih aberacija leće; područje približno dobrih slika leži na konkavnoj paraboloidnoj plohi



Slika ravnog predmeta na paraboloidnom zastoru.

Sferne aberacije 3

Astigmatičnost leće = Pogeška koja se očituje u tome što nije moguće dobiti na zastoru, okomitom na os leće, oštru sliku nekog ravnog predmeta; primjerice, za dva normalna (okomita) dijametra ne dobije se jednako oštra slika u blizini osi i izvan nje, tj, ako je slika na sredini polja oštra, tada nisu rubovi i obratno:



Aplant – Sustav koji korigira astigmatičnost leća.

Kombinacijom pozitivne i negativne leće, određenih debljina, indeksa loma i položaja (longitudinalna sferna aberacija može biti veća ili manja od nule za leće različitog predznaka).

Sustav od + i – leća ima manju jakost nego sama pozitivna leća, ali se može postići da marginalne i aksijalne zrake daju sliku približno na istom mjestu.

Sferne aberacije 4

Smanjenje sfernih aberacija postiže se u uvjetima što boljih Gaussovih aproksimacija.

U tu svrhu koriste se dijafragme uskog prolaznog snopa, što međutim može izobličiti sliku.

Kako se marginalne zrake uz rub dijafragme jače lome od paraksijalnih zraka, pravokutan predmet daje sliku tzv. bačvicu (ispupčeni pravokutnik), kad se dijafragma nalazi ispred leće, dok slika tzv. jastuk (udubljeni pravokutnik) nastaje kad je dijafragma iza leće.

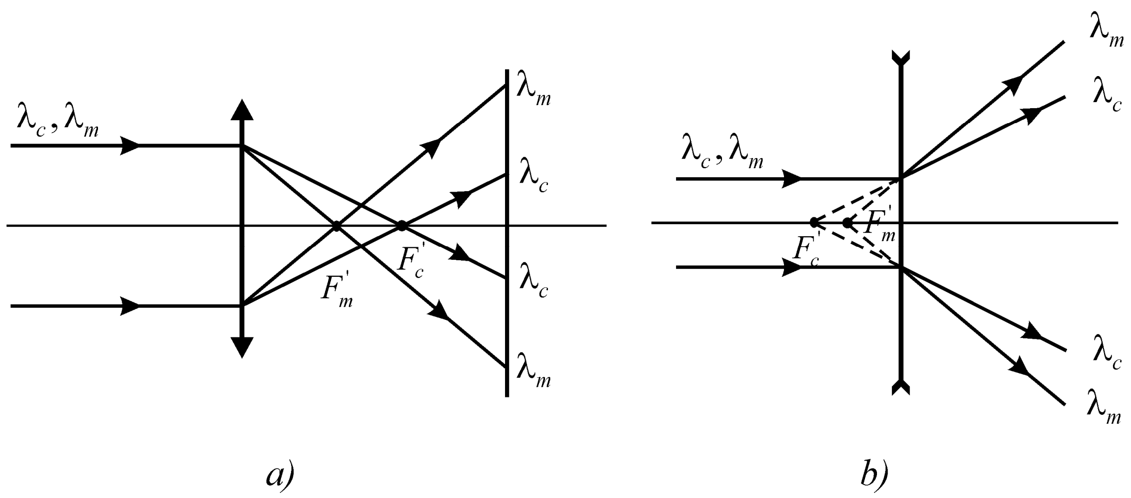
Kromatične aberacije

Zbog disperzije, zraki svake pojedine valne duljine pripada posebna slika koju centrirani sferni sustav daje od predmeta. →

Kromatična aberacija. → Slike istog točkastog predmeta, koji emitira polikromatsku svjetlost, (ni u Gaussovim aproksimacijama) ne leže u jednoj točki.

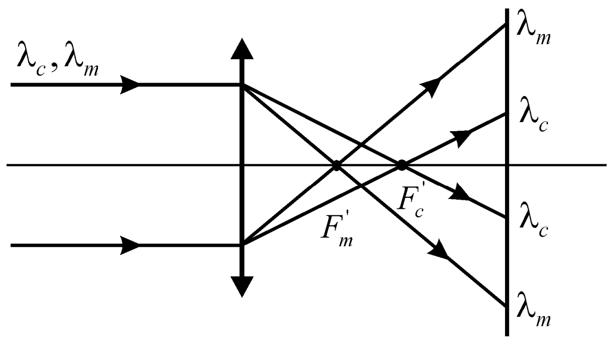
Kromatična aberacija leće promatra se uglavnom za dvije valne duljine vodikova spektra, modru (***m***) i crvenu (***c***).

Kako za indekse stakla vrijedi odnos: $n_c < n_m$, prema jednadžbama za tanku leću slijedi odnos pripadnih žarišnih daljina: $\varphi_m < \varphi_c$

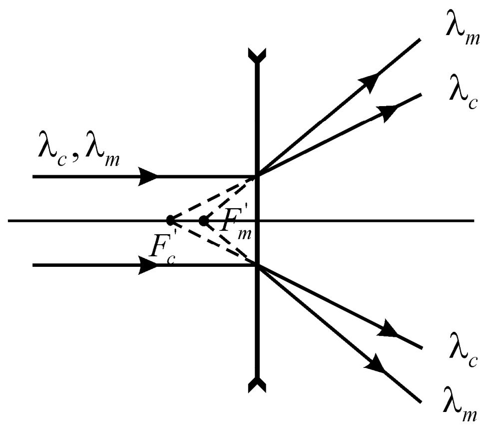


Kromatične aberacije za modru i crvenu valnu duljinu svjetlosti za:
a) konvergentnu
b) divergentnu leću

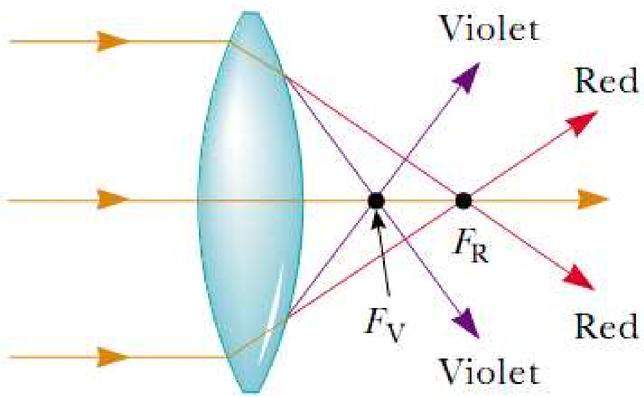
Kromatične aberacije 2



a)



b)



Za modru i crvenu valnu duljinu, leća ima dva različita žarišta slike F_m' i F_c', kao i dva različita žarišta predmeta.

Dužina $F_c'F_m'$, po veličini i predznaku, predočuje glavnu kromatičnu aberaciju.

Pozitivna leća. → $F_c'F_m' < 0$ → Ako se snop zraka presječe zastorom ispred žarišta F_c', rub presjeka će bit crven; presjek iza F_c' → modri rub.

Divergentna leća - glavna kromatična aberacija je pozitivna, tj. $F_c'F_m' > 0$

Kromatične aberacije 3

Kromatične aberacije ispravljamo kombinacijom + i – leća različite jakosti i indeksa loma; sustav je akromatičan ako u bijeloj svjetlosti daje sliku bez obojenih rubova.

Primjerice, konvergentni akromat sadrži konvergentnu leću od krunskog stakla, priljubljenu na divergentnu leću od flint stakla manje jakosti ($n_f < n_k$, odnos pripadnih indeksa loma za flint i krunsko staklo).

Kako za indekse stakla vrijedi odnos: $n_c < n_m$, prema jednadžbama za tanku leću slijedi odnos pripadnih žarišnih daljina: $\varphi_m < \varphi_c$