

Geometrijska optika

2. dio

Ravno zrcalo

Ravno zrcalo je *katoptrijski optički sustav* (sustav kod kojega odbijene zrake daju sliku izvora svjetlosti).

Dioptrijski sustav – Sustav kod kojeg sliku daju lomljene zrake.

Optički sustav = Skup homogenih prozirnih ili reflektirajućih sredstava poredanih jedan iza drugoga a odijeljenih dioptrijskim plohamama.

Stigmatičan optički sustav = Sustav koji od točkastog izvora svjetlosti daje točkastu sliku. Te točke nazivamo stigmatičnim ili konjugiranim točkama sustava.

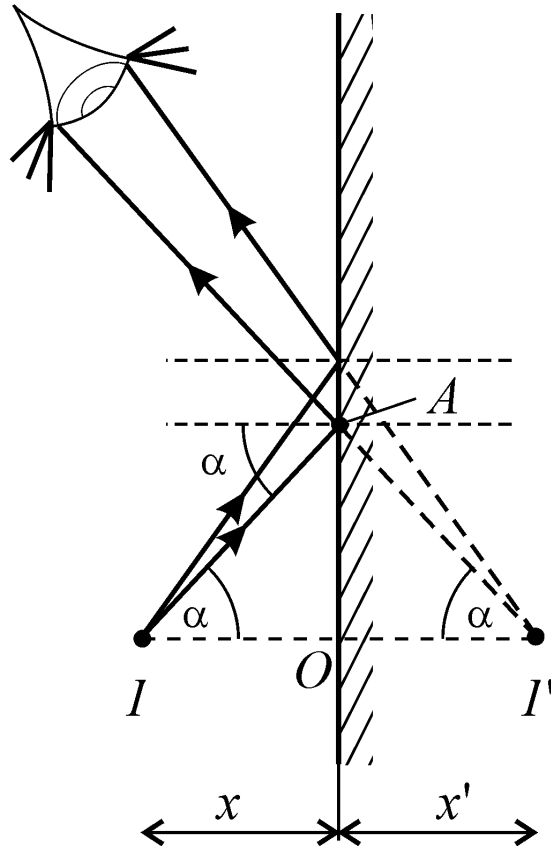
Zrcalo = Svaka ugađena ploha, koja dobro i pravilno reflektira svjetlost.

Ravno zrcalo = Zrcalo koje za dioptrijsku plohu ima ravninu.

Pokus = Zrcalo na demonstracijskoj ploči. Produžeci 2 reflektirane zrake iz točkastog izvora? Udaljenost izvora?

Ravno zrcalo 2

Promatramo točkasti izvor svjetlosti i njegovu sliku nakon refleksije:



I = izvor svjetlosti

I' = slika izvora

Kako odrediti položaj točke I' ?

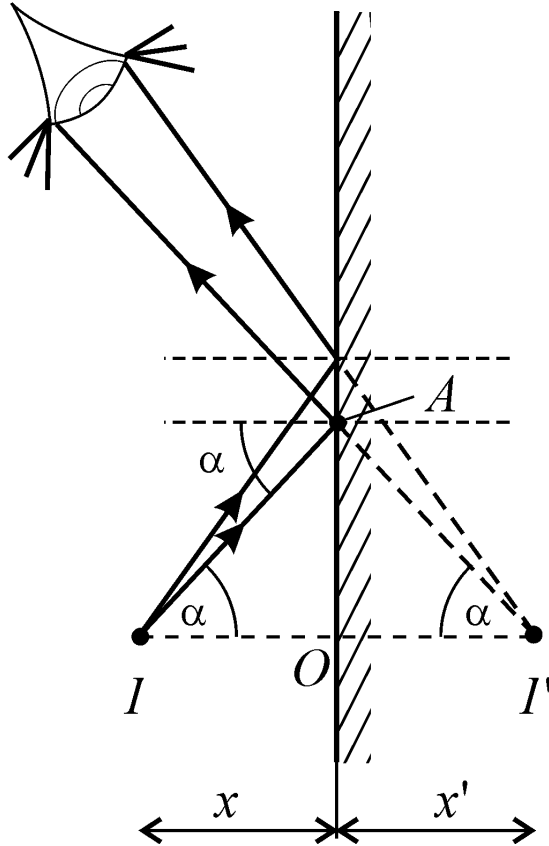
Promatramo odbijene zrake - određene su zakonom odbijanja (odbojni kut jednak je upadnom kutu zrake).

Položaj točke I' određen je kao presjecište dvaju pravaca na kojima leže neke dvije odbijene zrake

Točkasti izvor svjetlosti daje točkastu sliku. \rightarrow stigmatičnost

Ravno zrcalo 3

Promatramo točkasti izvor svjetlosti i njegovu sliku nakon refleksije:



Udaljenost izvora od zrcala (x) i
udaljenosti slike od zrcala (x')?

Kongruentnost trokuta ΔIOA i $\Delta I'AO$. \rightarrow

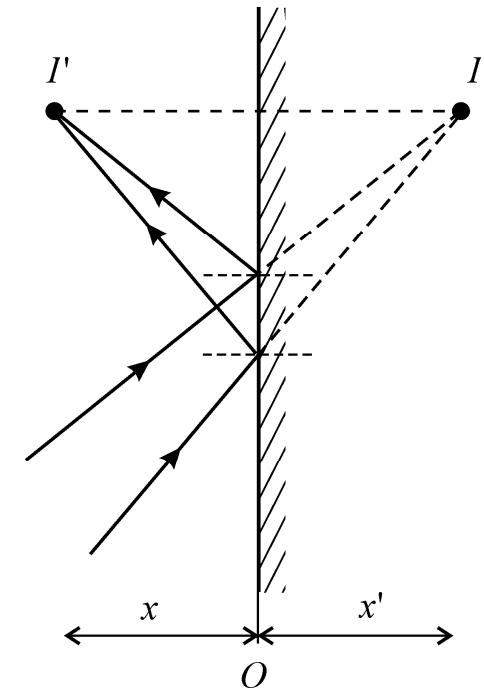
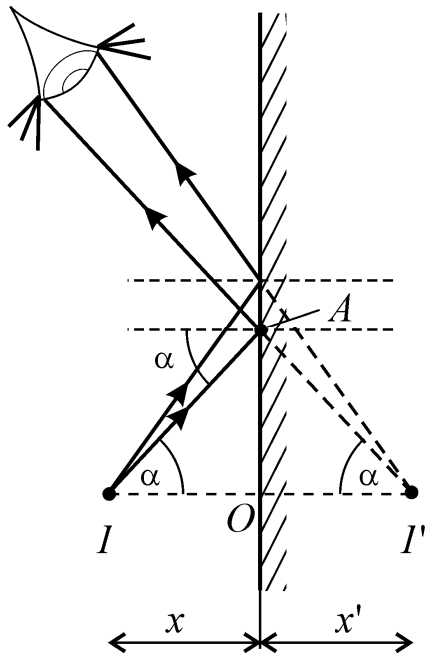
Udaljenost izvora od zrcala (x) jednaka je
udaljenosti slike od zrcala (x').

Koordinatni sustav =
ishodište O (smješteno u ravnini zrcala)
pozitivni smjer apscise x (u smjeru odbijene
zrake) okomito na ravninu zrcala

Crtež $\rightarrow x > 0$, $x' < 0$ \rightarrow vrijedi jednačina: $x = -x'$.

Ravno zrcalo 4

Realnom predmetu I odgovara virtualna slika I' i obratno (virtualan izvor I' daje realnu sliku I).

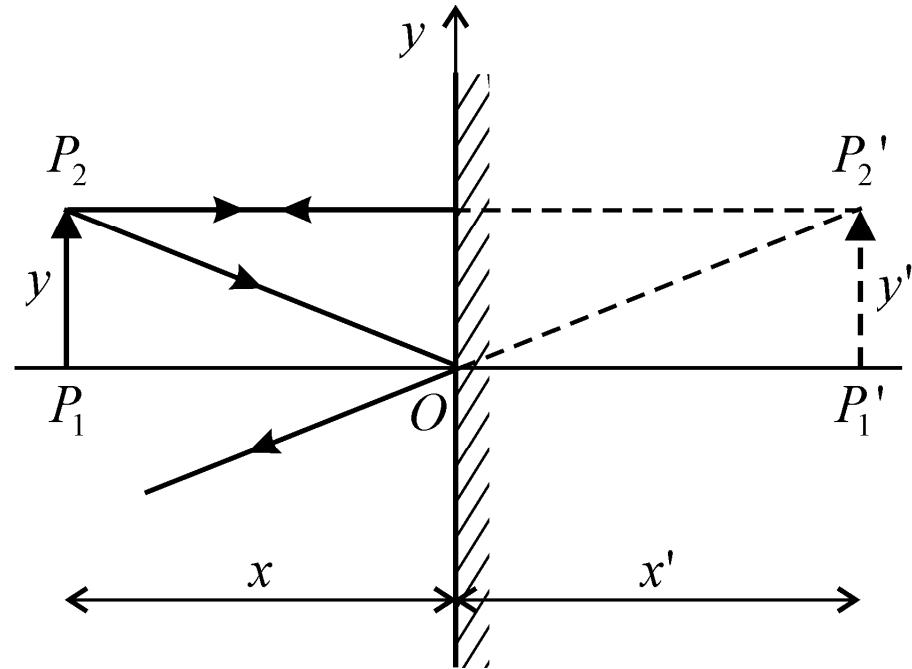


Realna slika \rightarrow Gustoća svjetlosne energije najveća. \rightarrow Do slike se dolazi u smjeru širenja svjetlosti.

Virtualna slika (prividna) \rightarrow U protivnom smjeru od smjera širenja odbijene svjetlosti (osvijetljenost se na mjestu virtualne slike ne razlikuje od okoline, a može biti i ništica).

Ravno zrcalo 5

Veličina slike kod ravnog zrcala?



kongruentnost trokuta ΔP_1P_2O i $\Delta P_1'O P_2'$ \rightarrow

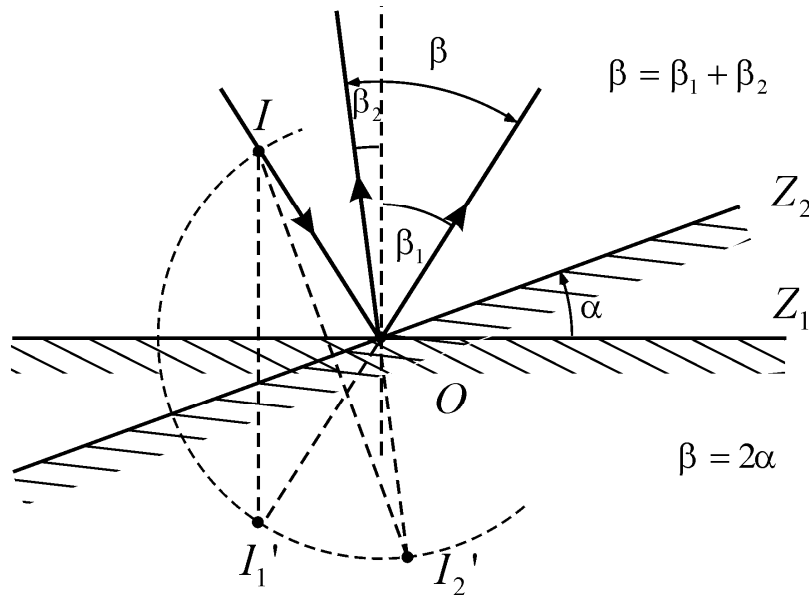
Transverzalna veličina slike (y') jednaka je veličini predmeta (y).

\rightarrow Transverzalno povećanje slike: $\gamma = y'/y = 1$

Pozitivno povećanje ($\gamma > 0$). \rightarrow Slika je uspravna.

Rotacija ravnog zrcala oko osi

Promatramo rotaciju ravnog zrcala oko osi, u ravnini zrcala, za kut α .



α = kut rotacije zrcala

β = kut rotacije slike

Pokus na ploči:

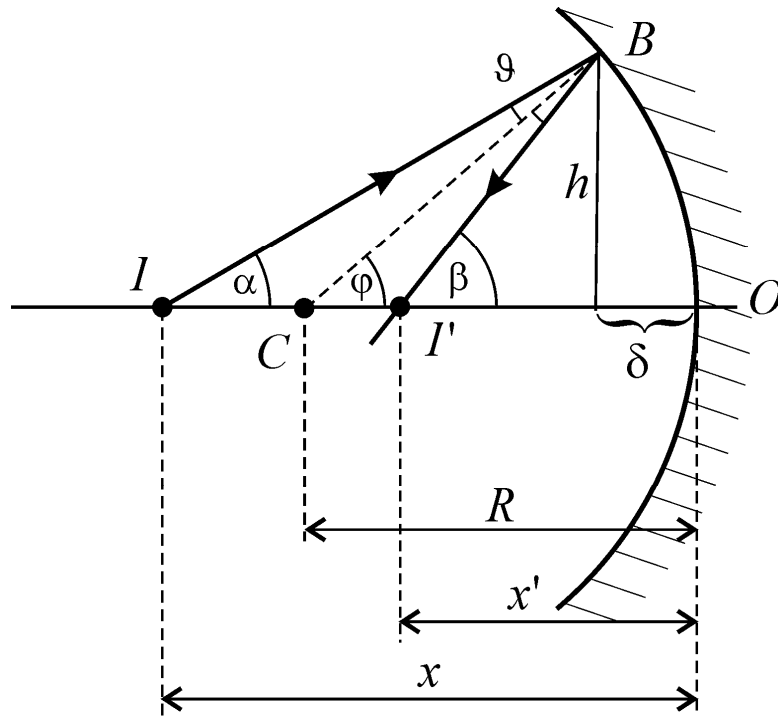
Zaključak: Rotacija ravnog zrcala za kut α rotira sliku za kut ($\beta = 2\alpha$).

Primjena: Očitavanje malih kutova u metodi optičke kazaljke (ravno zrcalo pričvršćeno na niti, kojoj se mjeri npr. kut torzije). \rightarrow Povećava se točnost očitavanja na pripadnoj skali.

Sferna zrcala

Sferna zrcala – Kako ih izraditi?

Napravimo kuglu i "ostaklimo" joj površinu. → Uzmemo dio kugline plohe. → Sferno zrcalo.



Sferna zrcala → oblik sferne kalote

Glavna os sfernog zrcala:

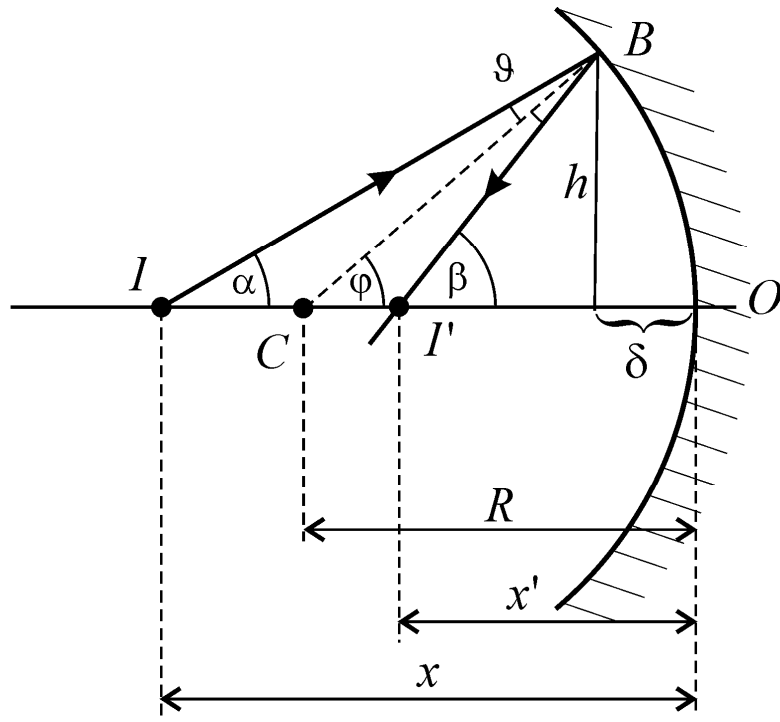
- os rotacijske simetrije kalote
- prolazi kroz središte zakrivljenosti zrcala (C)
- probada okomito kalotu u tjemenu (O) sfernog zrcala

Promatramo refleksiju zraka koje prolaze središtem zrcala (C): →

Svaka zraka koja prolazi središtem zrcala reflektira se u samu sebe.

Sferna zrcala 2

Promatramo točkasti predmet I i tražimo položaj njegove slike I' .



O - ishodište koordinatnog sustava
(tjeme zrcala)

Smjer reflektirane zrake. \rightarrow Pozitivni
smjer osi koordinatnog sustava.
(prolazi kroz točke O i C)

Promatramo trokut $\triangle ICB$. \rightarrow Vanjski kut
jednak je zbroju nasuprotnih kutova \rightarrow

$$\varphi = \alpha + \vartheta \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \varphi - \alpha$$

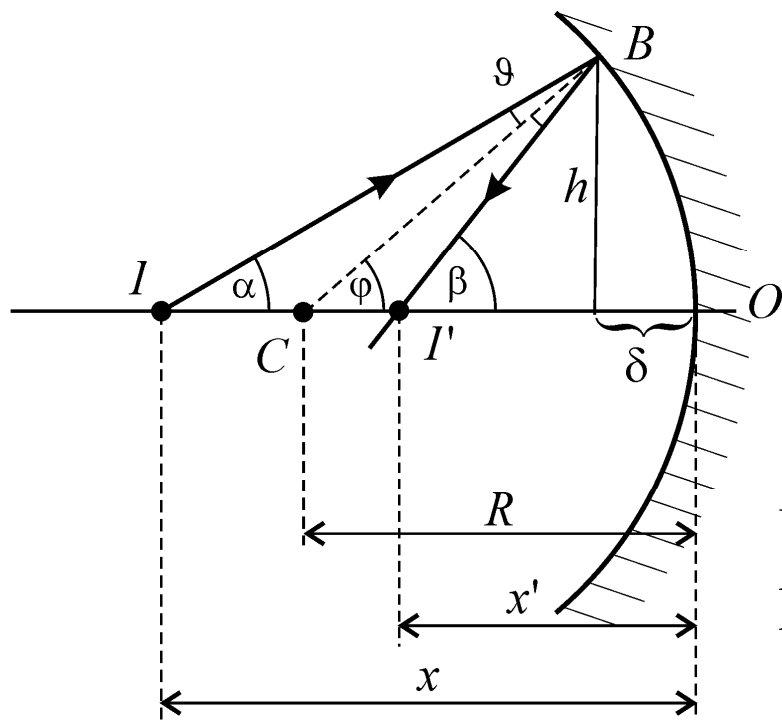
Slično za trokut $\triangle CI'B$. \rightarrow

$$\beta = \varphi + \vartheta \quad \Rightarrow \quad \beta = \varphi + \varphi - \alpha$$

$$\Rightarrow \quad \alpha + \beta = 2\varphi$$

Sferna zrcala 3

Promatramo točkasti predmet I i tražimo položaj njegove slike I'.



$$\alpha + \beta = 2\varphi$$

Gledamo tangense kutova pravokutnih trokuta s vrhom u točki B →

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{x - \delta} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{x' - \delta} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{R - \delta}$$

Uvodimo aproksimacije za vrlo male kutove ($\ll 1$ rad): $\operatorname{tg} \alpha \cong \alpha$.

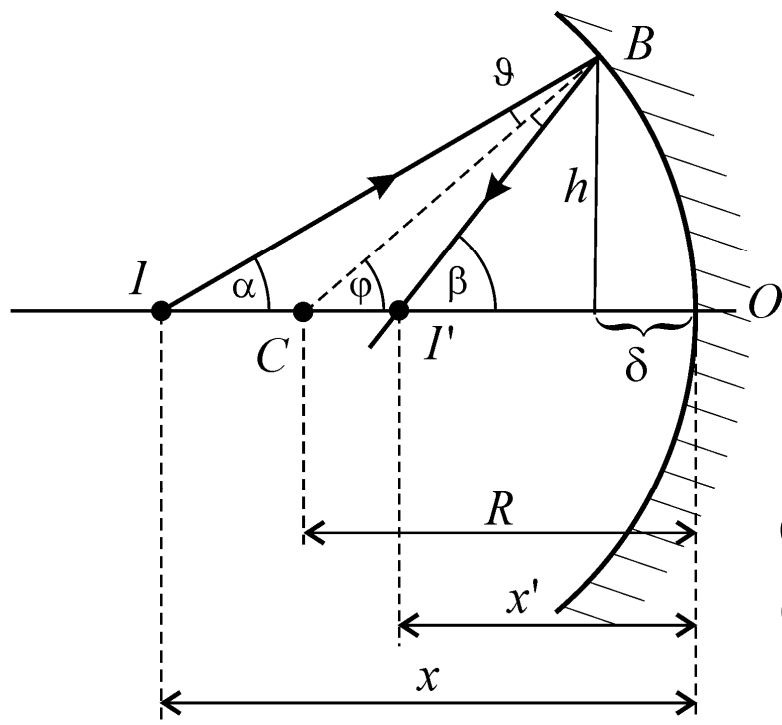
Uvodimo aproksimacije za vrlo mali δ ($\ll x, x', R$) $\delta \cong 0$. →

$$\alpha = \frac{h}{x} \quad \beta = \frac{h}{x'} \quad \varphi = \frac{h}{R} \quad \frac{h}{x} + \frac{h}{x'} = 2 \frac{h}{R} \quad | : h \quad \rightarrow$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \quad \text{jednadžba konjugacije}$$

Sferna zrcala 4

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R}$$



Jednadžba konjugacije vrijedi za paraksijalne zrake (koje su paralelne i blizu glavnoj osi sfernog zrcala).

Gornje aproksimacije se zovu Gaussove (K. Gauss, 18/19. st.).

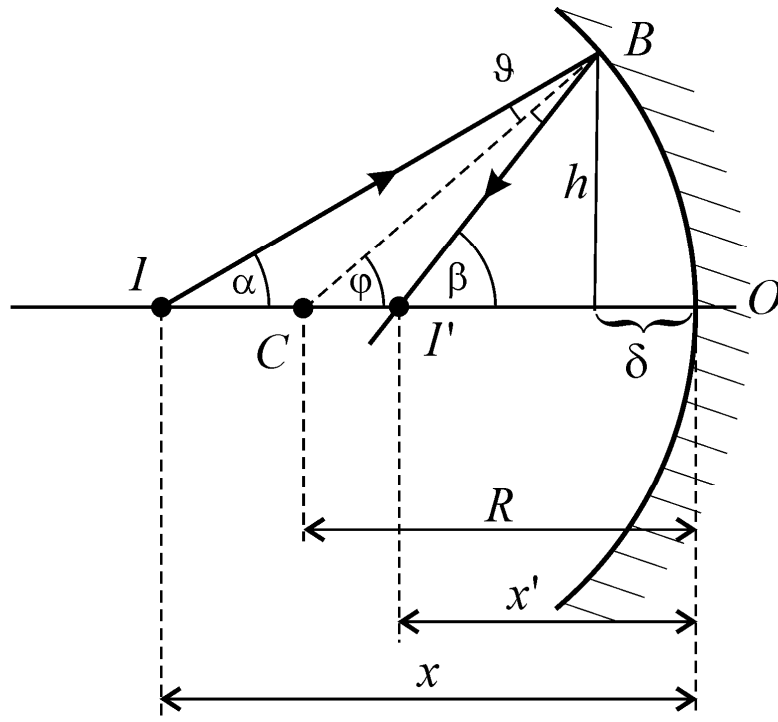
Poznavanje položaja (x) točkastog predmeta na osi i radijusa sfernog zrcala (R): \rightarrow Jednadžba daje položaj slike (x').

Zaključak:

Za snop svjetlosti malog otvora (tako da se srednja zraka paraksijalnog snopa podudara s glavnom osi zrcala), jednadžba konjugacije je približno stigmatična (za točkasti predmet na glavnoj osi određen je položaj točkaste slike).

Sferna zrcala 5

Ako zrake nisu paraksijalne? (Položaj točke B za veće kutove φ .)



Geometrijski izvod daje:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2 \cos \varphi}{R} \quad \Rightarrow$$

Položaj točke I' , odnosno vrijednost x' , zavisi ne samo o x , tj. o položaju predmeta na osi zrcala, nego zavisi i o kutu koji upadna zraka zatvara s osi zrcala (φ).

➡ Za jedan točkasti predmet ne dobiva se jedna točkasta slika, nego je onoliko slika koliko je različitih vrijednosti kuta (φ).

➡ **Stigmatičost** se dobije samo za vrlo male vrijednosti kuta φ ili nulu, a to su približno paraksijalne zrake.

Sferna zrcala 6

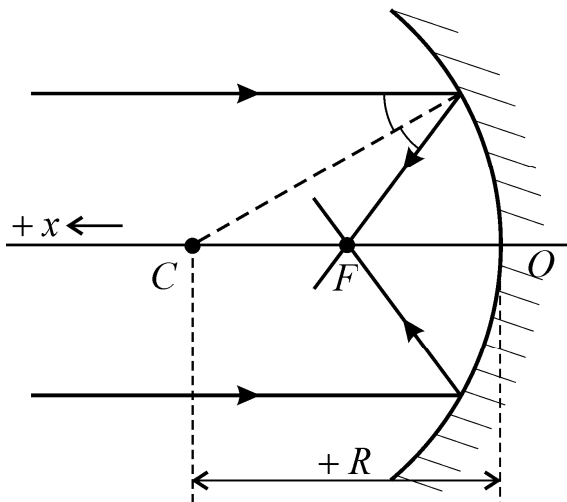
U slučaju Gaussovih aproksimacija na glavnoj osi sfernog zrcala postoje tzv. kardinalne točke:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R}$$

C - centar zrcala (nalazi se u središtu zakrivljenosti sfernog zrcala),

F' - žarište slike ili fokus (točka u kojoj se nalazi slika za točkasti predmet koji se nalazi beskonačno daleko na glavnoj osi zrcala)

F - žarište predmeta (točkasti predmet kojemu je slika beskonačno daleko na glavnoj osi),



Jednadžbu konjugacije za predmet koji se nalazi u centru **C**, ($x = R$) \rightarrow

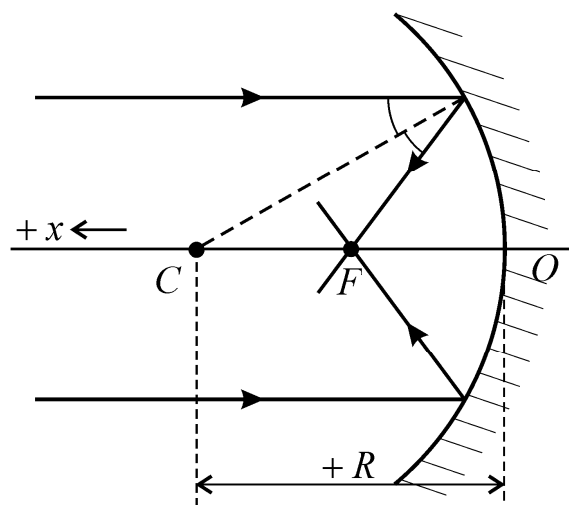
$x' = R$; \rightarrow Slika i predmet se nalaze u istoj točki **C**.

Za predmet u beskonačnosti, $x = \infty$, \rightarrow
Slika na položaju $x' = R/2$.

Ako slika pada u beskonačnost ($x' = \infty$) \rightarrow

Koordinata predmeta $x = R/2$.

Sferna zrcala 7



Za predmet u beskonačnosti, $x = \infty$, \rightarrow
Slika na položaju $x' = R/2$.

Ako slika pada u beskonačnost ($x' = \infty$) \rightarrow
Koordinata predmeta $x = R/2$.

Zaključak: Za sferno zrcalo, žarište slike i žarište predmeta padaju u istu točku koja raspolavlja udaljenost od tjemena do centra zrcala.



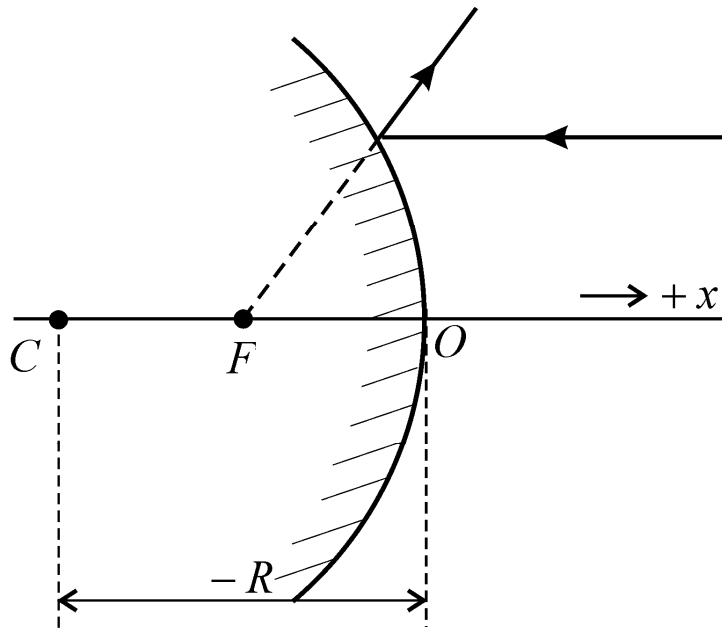
Sferno zrcalo ima samo dvije kardinalne točke: C i F ($= F'$).

Udaljenost od tjemena do žarišta zrcala iznosi $R/2$ i naziva se *žarišnom daljinom* ($f = R/2$).

Ako je f pozitivna ($f > 0$) \rightarrow Konkavno (udubljeno) sferno zrcalo.

Sferna zrcala 8

Konveksno (ispupčeno) sferno zrcalo - Kada je uglađena ploha sfernog zrcala na vanjskoj plohi sfere ili kalote.



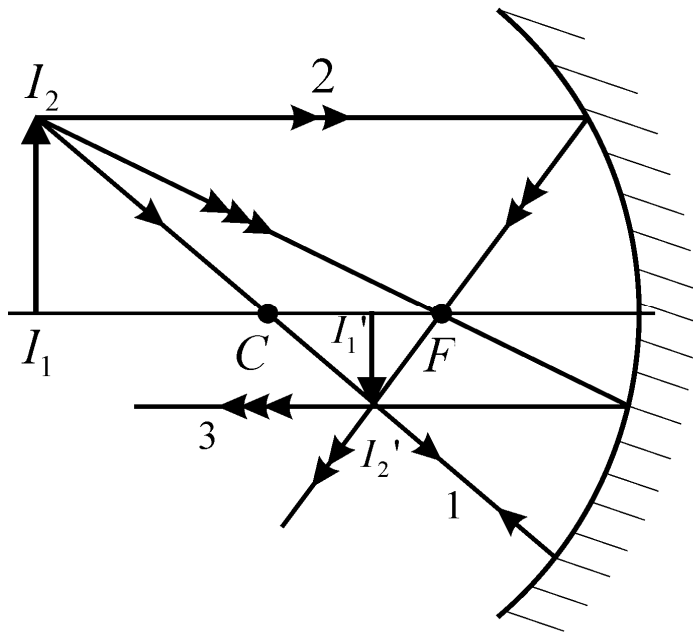
Konveksno sferno zrcalo ima negativnu žarišnu daljinu, $f < 0$.

Pozitivna apscisa je uvijek u smjeru odbijene zrake, pa je za konveksno zrcalo radijus zakrivljenost negativan ($R < 0$).

Konstrukcija slike pomoću kardinalnih točaka sfernog zrcala

Promatramo male ravne predmete (uz Gaussovu aproksimaciju):

Ako odaberemo od beskonačno puno točaka na predmetu samo dvije, I_1 na glavnoj osi i I_2 izvan osi, moguće je geometrijskom konstrukcijom naći sliku $I_1'I_2'$ koja odgovara linearnom predmetu I_1I_2 (ovdje su I_1I_2 i $I_1'I_2'$ konjugirane dužine okomite na glavnu os zrcala).



Zadatak:

Odrediti položaj slika točaka I_1' i I_2' .

Točka I_1 je na osi (već smo promatrali takvu situaciju). → Slika I_1' isto na osi.

Položaj slike točke I_2' ?

→ Karakteristične zrake.

Konstrukcija slike pomoću kardinalnih točaka sfernog zrcala 2

Položaj slike točke I_2' ?

→ Karakteristične zrake.

Zraka kroz centar zrcala C (1 , odbija se po istom pravcu).

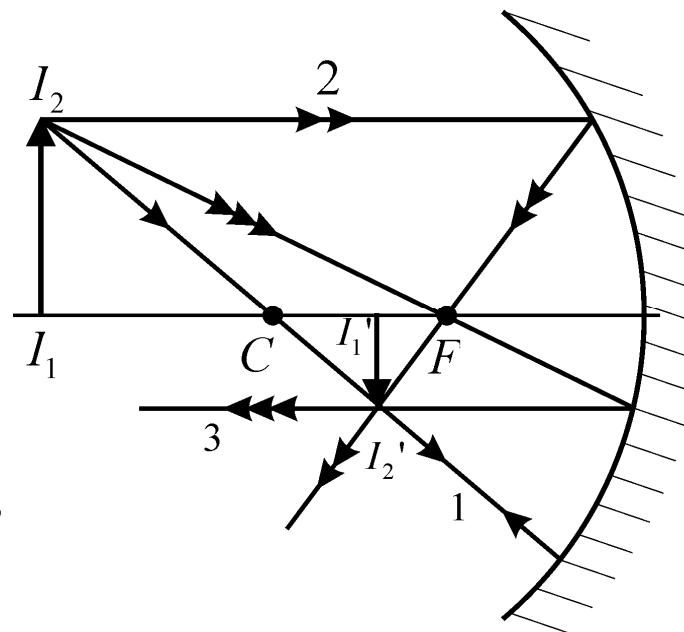
Zraka koja dolazi usporedo s osi zrcala (2 , odbija se i prolazi kroz žarište zrcala F).

Zraka koja dolazi kroz točku F (3 , odbija se paralelno glavnoj osi).

Sve tri karakteristične zrake, nakon refleksije se sijeku u točki I_2' .

Za određenje slike predmeta dovoljno je konstruirati samo dvije od karakterističnih zraka (za drugu točku slike I_1' znamo da leži na glavnoj osi i u sjecištu te osi s transverzalom spuštenom iz I_2').

Konkavno zrcalo za realan i uspravan predmet daje realnu, obrnutu i umanjenju sliku.

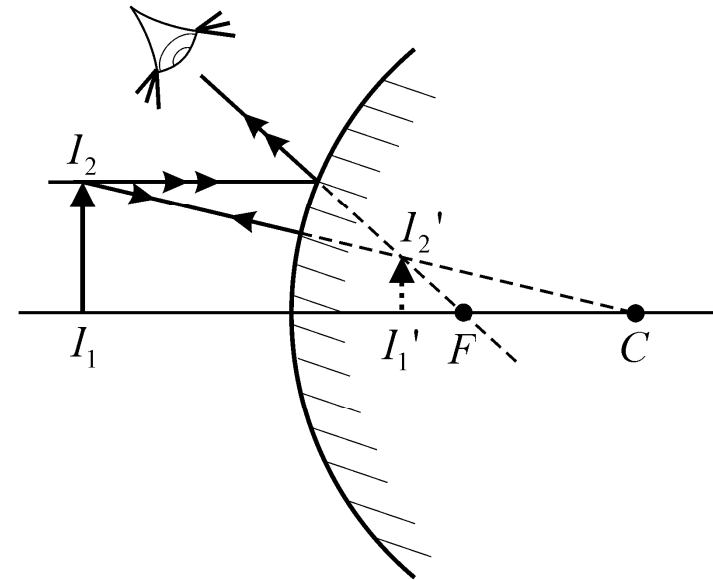


Konstrukcija slike pomoću kardinalnih točaka sfernog zrcala 3

Konveksno zrcalo:

Zraka kroz centar zrcala **C** (**1**, odbija se po istom pravcu).

Zraka koja dolazi usporedno s osi zrcala (**2**, odbija se i prolazi kroz žarište zrcala **F**).



Slika je virtualna, uspravna i umanjena. (divergentne zrake virtualne slike ipak daju realnu sliku u oku, koje "vidi" virtualnu sliku pomoću očne leće).

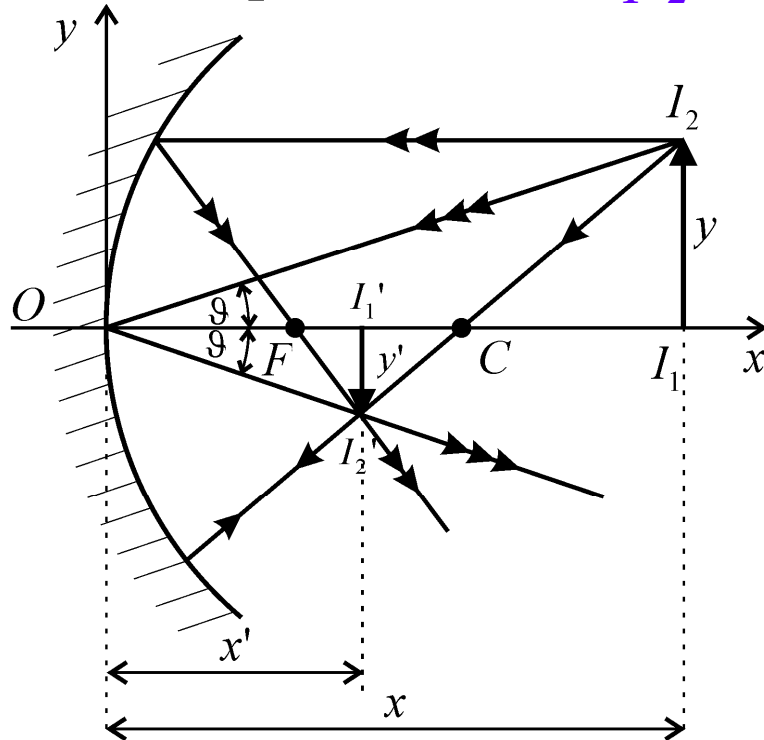
Općenito:

Konkavna i konveksna zrcala mogu za realne i virtualne predmete dati realne, virtualne, uspravne, obrnute, povećane i umanjene slike, što zavisi o položaju predmeta odnosno o njegovoj udaljenosti od zrcala.

Linearno povećanje slike

Povećanje slike γ ? (omjer veličine slike $y' = I_1'I_2'$ i veličine predmeta $y = I_1I_2$).

$$\gamma = \frac{y'}{y}$$



Uvodimo treću zraku (spaja vrh predmeta s tjemenom zrcala).

Koordinata y je iznad osi x pozitivna, ispod osi x je negativna.

Promatramo trokute ΔI_1I_2O i $\Delta I_1'I_2'O$

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{y}{x} \quad \operatorname{tg} \vartheta = -\frac{y'}{x'} \quad \longrightarrow \quad \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$$

$$\longrightarrow \gamma = -\frac{x'}{x}$$

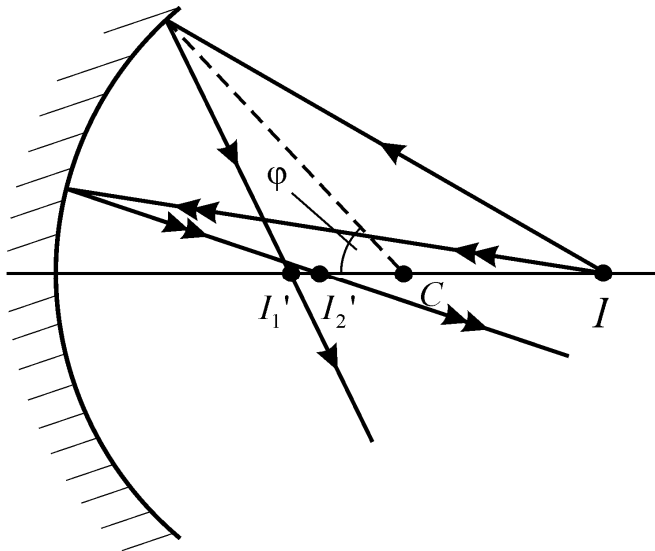
U danom primjeru slika je obrnuta, $\gamma < 0$ (što je na predmetu gore, na slici je dolje), i umanjena, $|\gamma| < 1$.

Sferne aberacije

Aberacije (pogrješke ili odstupanja) sfernog zrcala nastaju za slike izvan uvjeta stroge ili približne stigmatičnosti.

Kada slike nisu nužno savršene; kaže se da slike pokazuju aberacije.

Od prije: Ako zrake nisu blizu optičke osi. → Sferno zrcalo je astigmatično, tj. ono ne daje prihvatljivu (dobru) sliku nekog predmeta; tada x' zavisi o x ali i o kutu φ .

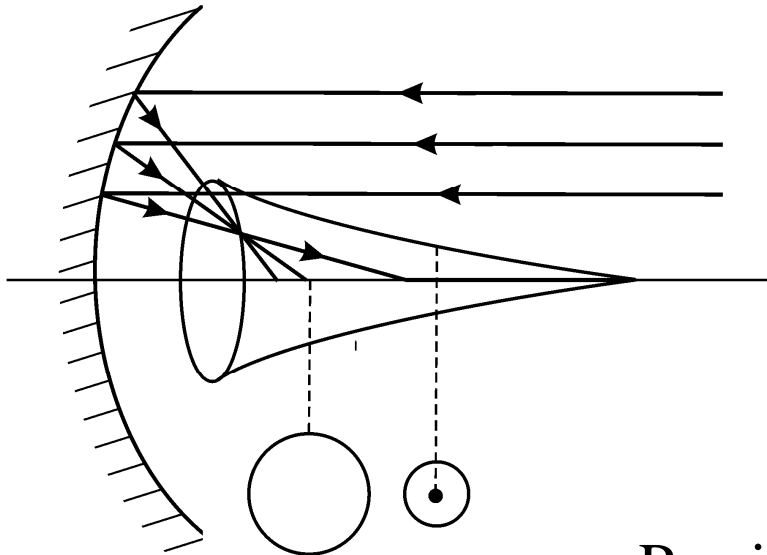


Za široki otvor sfernog zrcala, snop zraka daje različite slike (I_1' , I_2' , ...) za jedan točkasti izvor I na glavnoj osi zrcala.

Sferne aberacije 2

Promatramo slučaj u prostoru (3 dimenzije):

Zrake koje upadaju na sferno zrcalo širokog otvora, paralelno s glavnom osi, daju tzv. *glavnu kaustičnu plohu* (u obliku ulegnutog stošca).



Kaustična ploha nastaje zbog gomilanja svjetlosne energije odbijenih zraka. Umjesto jednog žarišta zrcala, kao kod uskog snopa paraksijalnih zraka, ovdje imamo niz žarišta poredanih po osi stošca kaustične plohe

Presjek ravnine, okomit na os kaustične plohe, daje različite *figure astigmatičnosti*.

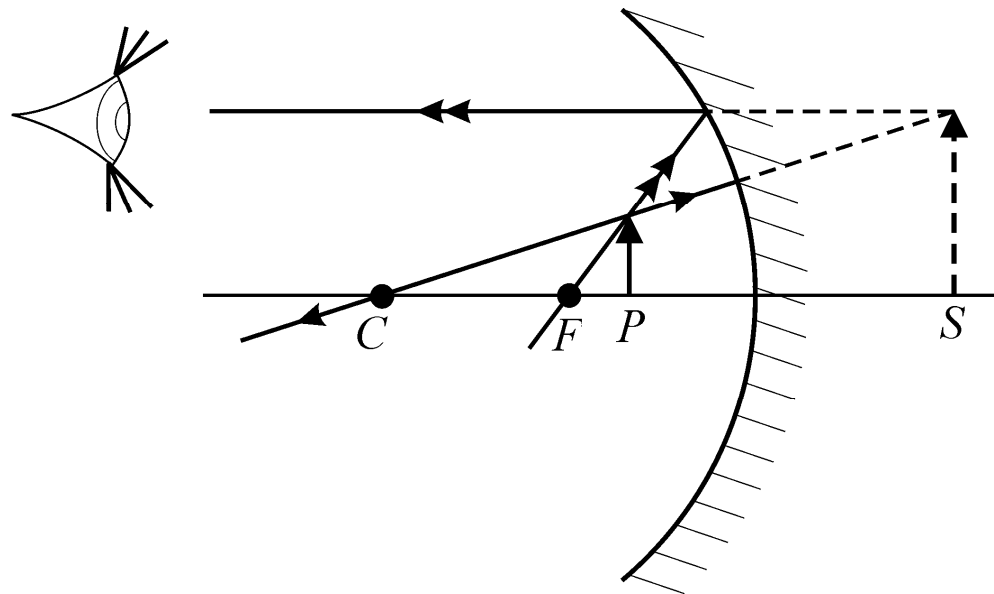
Pokus – Divergentni snop zraka dolazi iz izvora svjetlosti (npr. žarulje), odbija se na konkavnom sfernom zrcalu širokog otvora i ostavlja na česticama dima (npr. dim cigarete) u zraku svijetli trag kaustične plohe.

Primjene sfernih zrcala

Sferna konkavna zrcala:

- farovi automobila (žarulja se nalazi u žarištu zrcala)
- kozmetička i zubarska zrcala, i dr.

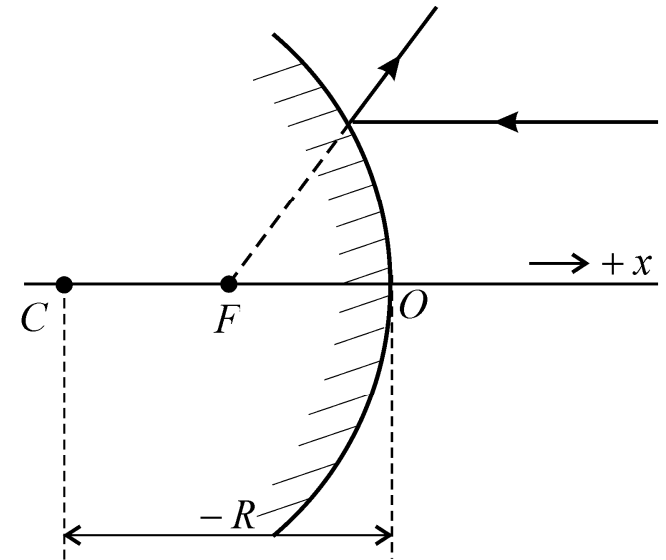
Primjerice, kod uporabe zubarskog zrcala, predmet se postavlja između zrcala i žarišta te se dobije uspravna, povećana i virtualna slika predmeta. Ovdje ne vrijede Gaussove aproksimacije, pa oko vidi ponešto izobličenu sliku.



Primjene sfernih zrcala 2

Sferna konveksna zrcala:

- retrovizori (za promatranje predmeta iza vozila); slika je uspravna, virtualna i umanjena, a vidno polje je veće nego kod ravnog zrcala.



Paraboloidno konkavno zrcalo, (dio plohe rotacionog paraboloida. Za izvor svjetlosti u žarištu zrcala, slika je u beskonačnosti te se nakon odbijanja dobije paralelan snop zraka svjetlosti; za predmet u beskonačnosti, zrcalo je strogo stigmatično i slika se dobije u žarištu zrcala; takva se zrcala koriste u velikim reflektorskim teleskopima (za promatranje dalekih astronomskih objekata).